

Laser in der Materialbearbeitung  
Forschungsberichte des IFSW

K. Contag  
Modellierung und numerische  
Auslegung des Yb:YAG-  
Scheibenlasers

# **Laser in der Materialbearbeitung**

## **Forschungsberichte des IFSW**

Herausgegeben von

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Hügel, Universität Stuttgart  
Institut für Strahlwerkzeuge (IFSW)

Das Strahlwerkzeug Laser gewinnt zunehmende Bedeutung für die industrielle Fertigung. Einhergehend mit seiner Akzeptanz und Verbreitung wachsen die Anforderungen bezüglich Effizienz und Qualität an die Geräte selbst wie auch an die Bearbeitungsprozesse. Gleichzeitig werden immer neue Anwendungsfelder erschlossen. In diesem Zusammenhang auftretende wissenschaftliche und technische Problemstellungen können nur in partnerschaftlicher Zusammenarbeit zwischen Industrie und Forschungsinstituten bewältigt werden.

Das 1986 gegründete Institut für Strahlwerkzeuge der Universität Stuttgart (IFSW) beschäftigt sich unter verschiedenen Aspekten und in vielfältiger Form mit dem Laser als einem Werkzeug. Wesentliche Schwerpunkte bilden die Weiterentwicklung von Strahlquellen, optischen Elementen zur Strahlführung und Strahlformung, Komponenten zur Prozessdurchführung und die Optimierung der Bearbeitungsverfahren. Die Arbeiten umfassen den Bereich von physikalischen Grundlagen über anwendungsorientierte Aufgabenstellungen bis hin zu praxisnaher Auftragsforschung.

Die Buchreihe „Laser in der Materialbearbeitung – Forschungsberichte des IFSW“ soll einen in der Industrie wie in Forschungsinstituten tätigen Interessentenkreis über abgeschlossene Forschungsarbeiten, Themenschwerpunkte und Dissertationen informieren. Studenten soll die Möglichkeit der Wissensvertiefung gegeben werden.

# **Modellierung und numerische Auslegung des Yb:YAG-Scheibenlasers**

Von Dr.-Ing. Karsten Contag  
Universität Stuttgart



Herbert Utz Verlag · Wissenschaft  
München

D 93

Als Dissertation genehmigt von der Fakultät für Konstruktions- und Fertigungstechnik  
der Universität Stuttgart

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Hügel  
Mitberichter: Prof. Dr. rer. nat. Tilman Pfau

<p>Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme</p> <p>Ein Titeldatensatz für diese Publikation ist bei Der Deutschen Bibliothek erhältlich</p>
---

Zugleich: Dissertation, Stuttgart, Univ., 2002

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben – auch bei nur auszugsweiser Verwendung – vorbehalten.

Copyright © Herbert Utz Verlag GmbH 2002

ISBN 3-8316-0172-0

Printed in Germany

Herbert Utz Verlag GmbH, München

Tel.: 089/277791-00 – Fax: 089/277791-01

# Kurzfassung

Optisch angeregte Festkörperlaser finden neben den CO<sub>2</sub>-Lasern immer mehr Verbreitung in der Materialbearbeitung. Dabei bieten Diodenlaser gegenüber Lampen als Anregungsquelle vor allem die Vorteile einer geringeren spektralen Breite, woraus ein effizienter Energieübertrag mit reduzierter Wärmeentwicklung resultiert, sowie einer höheren Brillanz, die eine größere Pumpleistungsdichte und das selektive Anregen kleiner Modenvolumina im Resonator ermöglicht. Durch das Ausnutzen dieser spezifischen Eigenschaften der Diodenlaser beim neuartigen Konzept des Scheibenlasers wird die Verwendung sehr effizienter, sogenannter „Quasi-Drei-Niveau“-Materialien wie Yb:YAG möglich, was zu einem hohen Wirkungsgrad in Verbindung mit guter Strahlqualität führt.

Zur Auslegung von Yb:YAG-Scheibenlasersystemen, d.h. zur Festlegung der optimalen Eigenschaften der Pumpstrahlungsquelle, der Pumpgeometrie, des laseraktiven Mediums und dessen Geometrie, dessen Kontaktierung, Kühlung und zur Auslegung des Resonators wird in dieser Arbeit ein physikalisches Modell des Lasers entwickelt. Dies geschieht in verschiedenen Stufen der Komplexität. Ein einfaches Modell, das von homogenen Zuständen im laseraktiven Medium ausgeht, führt zu analytischen Lösungen, die sich für erste Abschätzungen verwenden lassen. Für eine genauere Bestimmung der optimalen Betriebsparameter wird dagegen ein umfassendes numerisches Modell entwickelt. Dieses beinhaltet die Berechnung der Verteilung der Pumpleistung durch ein Monte-Carlo-Raytracing Verfahren, die Berechnung der Temperaturverteilung innerhalb des laseraktiven Mediums, sowie die Berechnung der Ausgangsleistung des Lasers unter Berücksichtigung des Effektes der verstärkten spontanen Emission. Gleichzeitig werden der thermo-mechanische Zustand im Laserbetrieb sowie thermo-optische Effekte unter Einsatz von Finite-Elemente-Methoden bestimmt.

Eine umfassende und detaillierte Zusammenstellung der Materialparameter von Yb:YAG bildet die Grundlage verlässlicher numerischer Rechnungen. Vergleiche mit experimentellen Daten zum Laserbetrieb bestätigen die Genauigkeit des numerischen Modells, anhand dessen die optimalen Auslegungsparameter des Yb:YAG-Scheibenlasers unter verschiedensten Randbedingungen bestimmt werden. Einen weiteren Schwerpunkt der Arbeit bildet die Untersuchung des Verhaltens bei Skalierung der Ausgangsleistung, insbesondere im Hinblick auf eine mögliche Begrenzung der Skalierbarkeit durch thermisch induzierte Spannungen und auf thermo-optische Effekte, die die Ausgangsleistung im Grundmode-Betrieb begrenzen. Dabei wird auf Möglichkeiten zur Verringerung dieser Effekte eingegangen. Die Grenzen der Skalierbarkeit durch verstärkte spontane Emission werden ebenfalls diskutiert und daraus die maximal extrahierbare Laserleistung im kontinuierlichen Betrieb bzw. die maximal extrahierbare Pulsenergie im gepulsten Betrieb bestimmt.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b>	<b>5</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>7</b>
<b>Liste der verwendeten Symbole</b>	<b>11</b>
<b>Extended Abstract</b>	<b>15</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>19</b>
<b>2 Grundlagen der Modellierung</b>	<b>22</b>
2.1 Technische Ausgestaltung eines Scheibenlasers . . . . .	22
2.1.1 Prinzip . . . . .	22
2.1.2 Aufbau . . . . .	23
2.1.3 Pumpoptik . . . . .	24
2.2 Physikalisches Modell eines Festkörperlasers . . . . .	25
2.2.1 Ratengleichung für das laseraktive Medium . . . . .	25
2.2.1.1 Quasi-Drei-Niveau-System . . . . .	26
2.2.1.2 Vier-Niveau-System . . . . .	28
2.2.1.3 Drei-Niveau-System . . . . .	29
2.2.2 Ratengleichung für die resonatorinterne Leistung . . . . .	30
2.2.3 Gleichungen für den stationären Betrieb . . . . .	31
2.2.4 Lösungen der Ratengleichungen . . . . .	32
<b>3 Analytisches Modell des Scheibenlasers</b>	<b>34</b>
3.1 Wirkungsgrad und Laserschwelle . . . . .	35
3.2 Kleinsignalverstärkung und Sättigungsleistungsdichte . . . . .	38
3.3 Optimaler Auskoppelgrad . . . . .	40
3.4 Extrahierbare Energiedichte . . . . .	40
3.5 Kristalltemperatur . . . . .	40
3.6 Optimale Auslegungsparameter . . . . .	41
<b>4 Numerisches Modell des Scheibenlasers</b>	<b>44</b>
4.1 Berechnung der Pumpstrahlungsabsorption . . . . .	46
4.1.1 Pumpstrahlungsquelle . . . . .	46
4.1.1.1 Spektrale Verteilung der Pumpstrahlung . . . . .	47
4.1.1.2 Räumliche Verteilung der Pumpstrahlung . . . . .	47
4.1.1.3 Richtungsverteilung der Pumpstrahlung . . . . .	48
4.1.2 Absorption im Laserkristall . . . . .	49
4.1.2.1 Diskretisierung in Finite Elemente . . . . .	49

4.1.2.2	Berechnung der Absorption . . . . .	49
4.2	Berechnung der Temperaturverteilung . . . . .	52
4.3	Berechnung der Ausgangsleistung . . . . .	56
4.3.1	Maximal erreichbare Ausgangsleistung . . . . .	56
4.3.2	Ausgangsleistung im Grundmode-Betrieb . . . . .	58
4.4	Berechnung der verstärkten spontanen Emission . . . . .	59
4.5	Berechnung von Spannungen und Deformationen . . . . .	62
4.5.1	Thermische Linse . . . . .	63
4.5.2	Brennweite und Beugungsverluste . . . . .	64
4.5.3	Berechnung der Depolarisationsverluste . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Das laseraktive Material Yb:YAG</b>	<b>68</b>
5.1	Spektrale Eigenschaften . . . . .	68
5.1.1	Absorptions- und Emissionsspektren . . . . .	69
5.1.2	Absorptionswirkungsquerschnitt . . . . .	71
5.1.3	Emissionswirkungsquerschnitt . . . . .	73
5.1.4	Fluoreszenzlebensdauer . . . . .	74
5.1.5	Quanteneffizienz . . . . .	75
5.2	Thermo-mechanische Eigenschaften . . . . .	76
5.2.1	Wärmeleitfähigkeit . . . . .	77
5.2.2	Temperaturabhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten . . . . .	79
5.2.3	Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex . . . . .	80
5.3	Zusammenfassung der Materialparameter . . . . .	81
<b>6</b>	<b>Vergleich zwischen Modell und Experiment</b>	<b>82</b>
6.1	Ausgangsleistung und Wirkungsgrad . . . . .	82
6.2	Verstärkte spontane Emission . . . . .	87
6.3	Thermische Linse . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Optimierung der Auslegungsparameter des Scheibenlasers</b>	<b>91</b>
7.1	Daten des Bezugsmodells . . . . .	91
7.2	Ergebnisse des analytischen Modells . . . . .	94
7.3	Variation der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge . . . . .	95
7.4	Variation der Kühltemperatur . . . . .	99
7.5	Variation der Pumpleistungsdichte . . . . .	101
7.6	Variation der resonatorinternen Verluste . . . . .	103
7.7	Variation des Pumpprofiles . . . . .	104
7.8	Variation der spektralen Verteilung der Pumpleistung . . . . .	106
7.9	Variation der Dotierung . . . . .	107
<b>8</b>	<b>Skalierung der Ausgangsleistung des Scheibenlasers</b>	<b>110</b>
8.1	Verhalten des maximalen Wirkungsgrades . . . . .	110
8.2	Verhalten der thermischen Spannungen . . . . .	111
8.3	Skalierung der Leistung im Grundmode-Betrieb . . . . .	119
8.4	Skalierung der Leistung im polarisierten Betrieb . . . . .	123
8.5	Limitierung durch verstärkte spontane Emission . . . . .	126
8.5.1	Parasitäre Moden und deren Unterdrückung . . . . .	126

8.5.1.1	Ringmoden . . . . .	126
8.5.1.2	Transversalmoden . . . . .	127
8.5.1.3	Radiale Moden . . . . .	132
8.5.1.4	Unterdrückung parasitärer Moden . . . . .	134
8.5.2	Leistungsskalierung bei Unterdrückung parasitärer Moden . . .	135
8.5.2.1	Skalierung im Dauerstrich-Betrieb . . . . .	137
8.5.2.2	Skalierung ohne Resonator . . . . .	140
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>145</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>149</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>157</b>
A.1	Kleinsignalverstärkung und Sättigungsleistungsdichte im nulldimensionalen Modell . . . . .	157
A.2	Behandlung der Pumpoptik-Komponenten mit Raytracing-Verfahren .	158
A.2.1	Planspiegel . . . . .	158
A.2.2	Sphärischer Spiegel . . . . .	159
A.2.3	Parabolspiegel . . . . .	160
A.2.4	Brechung an ebener Grenzfläche . . . . .	160
A.2.5	Verlust an Komponenten . . . . .	160
A.3	Fehlerabschätzung bei Berechnung der maximalen Ausgangsleistung .	161
A.4	Berechnung der Koeffizienten für die temperaturabhängige Absorption	162
	<b>Danksagung</b>	<b>165</b>



# Liste der verwendeten Symbole

Symbol	Einheit	Bedeutung
$A_{ik}$	$m^2$	Grenzfläche zwischen zwei Finite-Volumen-Elementen
$A_p$	$m^2$	gepumpte Querschnittsfläche
$A_{ps}$	-	numerische Apertur der Pumpstrahlungsquelle
$c$	$ms^{-1}$	Vakuum-Lichtgeschwindigkeit ( $3 \cdot 10^8 ms^{-1}$ )
$c_{dot}$	at. %	relative Dotierung
$C_{SG}$	-	Exponent der Supergauß-Funktion
$d_{Cu}$	m	Dicke der Kupferunterlage
$d_{In}$	m	Dicke der Indiumkontaktierung
$d_{Kr}$	m	Dicke des Laserkristalls
$d_{Kr,opt}$	m	optimale Dicke des Laserkristalls
$d_{opt}$	-	optische Dichte
$D_{Kr}$	m	Durchmesser des Laserkristalls
$D_p$	m	Durchmesser des gepumpten Volumens
$D_{ps}$	m	Durchmesser der Pumpstrahlungsquelle
$D_{para}$	m	Durchmesser des Parabolspiegels
$D_{stat}$	m	Durchmesser des verwendeten Finite-Elemente-Gitters
$E_{elast}$	Pa	Elastizitätsmodul
$E_p$	$W \cdot m^{-2}$	Pumpleistungsdichte
$E_{p,eff}$	$W \cdot m^{-2}$	effektive Pumpleistungsdichte durch Überlagerung mehrerer Strahlungsfelder
$E_{p,abs}$	$W \cdot m^{-2}$	absorbierte Pumpleistungsdichte
$\tilde{E}_{p,abs}$	$W \cdot m^{-1}$	absorbierte Pumpleistung pro Strecke
$E_{p,s}$	$W \cdot m^{-2}$	Schwellpumpleistungsdichte
$E_r$	$W \cdot m^{-2}$	resonatorinterne Leistungsdichte
$E_{r,eff}$	$W \cdot m^{-2}$	effektive resonatorinterne Leistungsdichte durch Überlagerung mehrerer Strahlungsfelder
$E_s$	$W \cdot m^{-2}$	Sättigungsleistungsdichte
$E_{t,eff}$	$W \cdot m^{-2}$	effektive Transparenzpumpleistungsdichte
$f_{abs}$	-	Verhältnis von Absorptions- zu Emissionswirkungsquerschnitt
$f_B$	-	Ausbleichfaktor
$f_{B,trans}$	-	Ausbleichfaktor an der Transparenzschwelle
$f_{em}$	-	Verhältnis von Emissions- zu Absorptionswirkungsquerschnitt
$f_E$	-	Formfunktion einer Leistungsdichteverteilung
$f_h$	-	Wärmeerzeugungsgrad

$f_L$	m	effektive Brennweite der thermischen Linse
$f_{Para}$	m	Brennweite des Parabolspiegels
$f_r$	$s^{-1}$	Repetitionsrate
$g$	$m^{-1}$	Verstärkungskoeffizient
$g_0$	$m^{-1}$	Koeffizient der Kleinsignalverstärkung
$G_l$	-	Verstärkung im Resonator
$G_{l,max}$	-	maximal erreichbare Verstärkung im Resonator
$G_{l,s}$	-	Schwellverstärkung im Resonator für das Anschwingen parasitärer Moden
$h$	Js	Planck'sches Wirkungsquantum ( $6,626 \cdot 10^{-34}$ Js)
$H_{max}$	$Jm^{-2}$	maximale extrahierbare Energiedichte
$h_r, h_z$	m	Maschenweite des FEM-Gitters in radialer bzw. axialer Richtung
$h_\phi$	rad	Maschenweite des FEM-Gitters in azimuthaler Richtung
$k_B$	$JK^{-1}$	Boltzmann-Konstante ( $1,38 \cdot 10^{-23}JK^{-1}$ )
$l$	m	Länge
$L_B$	-	Grundmode-Beugungsverluste
$L_D$	-	Grundmode-Depolarisationsverluste
$L_{int}$	-	resonatorinterne Verluste
$L_{ps}$	$Wm^{-2}sr^{-1}$	Strahldichte der Pumpstrahlungsquelle
$M_p$	-	Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge durch den Kristall
$M_r$	-	Anzahl der Kristalldurchgänge pro Resonatorumlauf
$n$	-	Brechungsindex
$n_{Kr}$	-	Brechungsindex des Laserkristalls
$n_u$	-	Brechungsindex des den Laserkristall umgebenden Mediums
$N_1, N_2$	$m^{-3}$	Anzahl der laseraktiven Ionen im unteren bzw. oberen Multiplett pro Volumen
$N_{2,s}$	$m^{-3}$	Anzahl der laseraktiven Ionen im oberen Multiplett pro Volumen an der Laserschwelle
$N_{dot}$	$m^{-3}$	Anzahl der Dotierungsimplosionen pro Volumen
$N_p$	-	Photonenanzahl
$N_r$	-	Anzahl der Reflexionen
$N_S$	-	Schrittzahl
$OPD$	m	optische Weglängendifferenz
$p$	-	Zufallszahl
$P_{abs}$	W	absorbierte Pumpleistung
$P_f$	W	Leistung der spontanen Fluoreszenz
$P_l$	W	Laserleistung
$P_p$	W	Pumpleistung
$P_{p,s}$	W	Schwellpumpleistung
$P_r$	W	resonatorinterne umlaufende Leistung
$q_r$	$Jm^{-3}$	Energie pro Volumen im Resonator
$Q_{max}$	J	maximale extrahierbare Energie
$Q_r$	J	umlaufende Energie im Resonator

$\vec{r}_p$	-	Position des Mittelpunkts der Strahlquelle
$\vec{r}_{Ph}$	-	Position eines Pumpphotons
$\dot{q}_V$	$\text{Wm}^{-3}$	Volumendichte der Wärmeleistung
$\dot{q}_A$	$\text{Wm}^{-2}$	Flächendichte der Wärmeleistung
$\vec{q}_A$	$\text{Wm}^{-2}$	Wärmestromdichte
$r_{ps}$	m	radiale Koordinate der Pumpstrahlungsquelle
$R_{Kr}$	m	Radius des Laserkristalls
$R_L$	m	mittlerer Krümmungsradius der thermischen Linse
$R_m$	Pa	Zugfestigkeit
$R_p$	Pa	Fließspannung
$R_{pm}$	m	minimaler Abstand parasitärer Ringmoden von der Kristallachse
$R_{th}^{Fluid}$	$\text{Km}^2\text{W}^{-1}$	Wärmewiderstand der Fluid-Grenzschicht
$R_{th}^{HR}$	$\text{Km}^2\text{W}^{-1}$	Wärmewiderstand der hochreflektierenden Beschichtung
$S_p$	$\text{Wm}^{-1}$	spektrale Dichte der Pumpstrahlung
$T$	K	Temperatur
$T_K$	K	Temperatur des Kühlmediums
$\bar{T}_{Kr}$	K	mittlere Kristalltemperatur
$T_{Kr,max}$	K	maximale Kristalltemperatur
$T_{oc}$	-	Transmissionsgrad des Auskoppelspiegels
$T_r$	s	Resonatorumlaufzeit
$v_{em}$	-	Formfunktion des Emissionsspektrums
$V_i$	$\text{m}^3$	Volumen eines Finiten Elements
$V_r$	$\text{m}^3$	Volumen des Resonators
$w$	mm	Strahlradius
$w_0$	m	Strahlradius des Gauß'schen Grundmodes
$W$	-	Wahrscheinlichkeit
$W_{abs}$	-	Wahrscheinlichkeit einer Absorption
$W_f$	$\text{m}^{-3}\text{s}^{-1}$	spontane Relaxationsrate pro Volumen
$W_l$	$\text{m}^{-3}\text{s}^{-1}$	induzierte Emissionsrate pro Volumen
$W_p$	$\text{m}^{-3}\text{s}^{-1}$	Absorptionsrate von Pumpphotonen pro Volumen
$Z_m$	-	Zustandssumme des Multipletts $m$
$\alpha$	$\text{m}^{-1}$	Absorptionskoeffizient
$\alpha_{th}$	$\text{K}^{-1}$	thermischer Ausdehnungskoeffizient
$\alpha_{tot}$	rad	Grenzwinkel der Totalreflexion
$\epsilon_r, \epsilon_\phi, \epsilon_z$	-	relative Längenausdehnung in radialer, azimuthaler bzw. axialer Richtung
$\epsilon_r, \epsilon_\phi, \epsilon_z$	-	relative Längenausdehnung aufgrund von Spannungen in radialer, azimuthaler bzw. axialer Richtung
$\eta_{abs}$	-	Anteil der im Kristall absorbierten Pumpstrahlung
$\eta_{diff}$	-	differentieller Wirkungsgrad
$\eta_{opt}$	-	optisch-optischer Wirkungsgrad
$\eta_r$	-	Resonatorwirkungsgrad
$\eta_{St}$	-	Stokes-Wirkungsgrad
$\lambda_f$	m	mittlere Wellenlänge der Fluoreszenz
$\lambda_l$	m	Wellenlänge der Laserstrahlung

$\lambda_p$	m	Wellenlänge der Pumpstrahlung
$\lambda_p^0$	m	zentrale Wellenlänge des Pumpstrahlungsspektrums
$\Delta\lambda_p$	m	volle Halbwertsbreite des Pumpstrahlungsspektrums
$\lambda_{Ph}$	m	Wellenlänge eines Pumpstrahlungsphotons
$\lambda_{th}$	$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda_\omega$	-	Spektralradius einer Matrix
$\nu$	-	Poissonzahl
$\nu_f$	$\text{s}^{-1}$	mittlere Frequenz der spontan emittierten Fluoreszenz
$\nu_l$	$\text{s}^{-1}$	Frequenz der Laserstrahlung
$\nu_p$	$\text{s}^{-1}$	Frequenz der Pumpstrahlung
$\omega_{opt}$	-	optimaler Relaxationsparameter
$\Omega_i$	$\text{m}^2$	Oberfläche eines Finiten Volumens
$\rho_{HR}$	-	Reflexionsgrad der hochreflektierenden Beschichtung
$\rho_{Para}$	-	Reflexionsgrad des Parabolspiegels
$\sigma_{abs,l}$	$\text{m}^2$	effektiver Absorptionswirkungsquerschnitt für die Laserwellenlänge
$\sigma_{abs,p}$	$\text{m}^2$	effektiver Absorptionswirkungsquerschnitt für die Pumpwellenlänge
$\sigma_{em,l}$	$\text{m}^2$	effektiver Emissionswirkungsquerschnitt für die Laserwellenlänge
$\sigma_{em,p}$	$\text{m}^2$	effektiver Emissionswirkungsquerschnitt für die Pumpwellenlänge
$\sigma_{H,max}$	Pa	maximale Hauptspannung
$\sigma_{S,max}^{HR}$	Pa	maximale Scherspannung in der hochreflektierenden Beschichtung
$\sigma_{z,max}^{HR}$	Pa	maximale Zugspannung in der hochreflektierenden Beschichtung
$\sigma_r, \sigma_\phi, \sigma_z$	Pa	Spannung in radialer, azimuthaler bzw. axialer Richtung
$\tau$	-	Transmissionsgrad
$\tau_{min}$	-	minimaler Transmissionsgrad
$\tau_f$	s	Fluoreszenzlebensdauer
$\tau_{Fl}$	-	Transmissionsgrad der Fluoreszenz durch die hochreflektierende Beschichtung
$\tau_{nr}$	s	nichtstrahlende Lebensdauer
$\tau_p$	s	Photonenlebensdauer im Resonator
$\tau_r$	s	strahlende Lebensdauer
$\theta_{ps}$	-	voller Öffnungswinkel der Pumpstrahlungsverteilung aus der Strahlquelle

## Extended Abstract

The laser is employed as a universal tool in a growing number of application areas such as medicine, spectroscopy, measurement, communications engineering and materials processing. Depending on the requirements on spectral properties, energy, power, beam shape and operating efficiency of the laser source a variety of different types of lasers are used. The predominant laser for materials processing is the CO<sub>2</sub>-laser, which combines high efficiency with good beam quality up to very high output power. Diode lasers currently experience a very rapid development and find applications in production engineering due to their high efficiency, simple setup and compactness. At the same time, however, because of their still comparably low beam quality, which results in a low power density at the workpiece, they are unsuitable for a number of processes. Optically pumped solid state lasers are superior in this respect because of their higher beam quality. Simultaneously they offer the advantage over CO<sub>2</sub>-lasers of a shorter wavelength, permitting transportation via glass fibers and leading to a high efficiency for many processes and materials because of higher absorption at the workpiece and reduced plasma absorption. Disadvantages, especially of lamp-pumped solid state lasers, are a low conversion efficiency of pump power to laser power and a decrease in beam quality at high output power. These drawbacks can be overcome in principle by a substitution of flashlamps and arc lamps by diode lasers. In addition to longer lifetimes and therefore prolonged repair intervals of the system they offer the advantages of a reduced spectral width, leading to efficient excitation of the laser medium together with a reduction of waste heat, and increased brilliance, which enables the generation of a high pump power density and selective excitation of small mode volumes. While the reduced spectral width increases efficiency and beam quality even for conventional laser designs to a certain extent, the higher brilliance leads to further possible improvements by enabling the utilization of new laser materials as well as new laser concepts.

Yb:YAG has proven to be a very suitable laser material in this respect. It is a "quasi-three-level" material and as such can only be operated efficiently if excited by the spectrally narrow radiation of diode lasers. In principle it provides a more efficient conversion of pump energy to laser energy than the more common laser material Nd:YAG, but only under the condition of a high pump power density combined with efficient cooling does this advantage come into effect. This fact requires the employment of new laser concepts that differ from the conventional concept of radially pumped rod lasers by an increased ratio between cooling surface and pumped volume. Laser designs that fulfill this requirement are for example endpumped rod lasers of small diameter like they have been examined by the Lawrence Livermore National Laboratory. A further reduction of diameter leads to the concept of fiber lasers, which additionally provide

for improved beam quality by a possible limitation of sustained lateral modes. Another suitable geometry are thin slab lasers, which can also be designed as waveguides and possess a large cooling surface. In this case diode lasers are mainly used in a side-pump geometry.

The concept of the thin disk laser, which has been developed since 1992 by the Institut für Strahlwerkzeuge (IFSW) and the Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), exploits the high brilliance of diode lasers in a special way: The laser active medium, which has the shape of a thin disk, is pumped through the front face. The backside of the disk is coated for high reflectivity, both for the pump and the laser wavelength, so that pump radiation that is not absorbed is reflected. By way of a special pump optics design the pump radiation is repeatedly reimaged onto the disk, passing through the laser active medium a couple of times, so that a high pump absorption and a high effective pump power density is achieved. At the same time efficient cooling from the rear surface ensures a low crystal temperature, so that this design is especially suitable for the employment of quasi-three-level materials like Yb:YAG. Additionally, thermo-optical effects which normally deteriorate beam quality are reduced by this geometry. This way high efficiency and good beam quality are achieved simultaneously by the thin disk laser concept. Since this design has also demonstrated to be scaleable up to the kilowatt range by increasing the pumped area on the disk at constant pump power density, it is of growing importance for materials processing applications.

In order to design such a thin disk laser system, i.e. for assessing the optimum parameters of the pump source, the pump geometry, the laser active medium and its geometry, the contacting design, the cooling and the resonator design, a thorough insight into the interplay between these various factors and their impact on laser parameters is of paramount importance. For this reason it is necessary to develop a physical model of the laser, which can be realized with different levels of complexity.

Within the scope of this work first an analytical model of the thin disk laser is developed. It is based on fundamental equations which describe the process of transformation of pump energy to laser energy for simple models of laser active materials, assuming homogeneous distributions of pump power, laser power and temperature within the gain medium. From this model analytic equations are extracted for the determination of optimum design parameters. These equations are useful for first approximative design considerations as well as for gaining insight into fundamental properties of thin disk lasers. An important result of these equations is that for quasi-three-level materials the ratio between the effective pump power density at the transparency threshold and the product of pump power density and number of pump beam passes is the major factor determining the maximum achievable efficiency. This means that besides efficient cooling and a high pump power density, which often is limited by the pump source, increasing the number of pump beam passes is an equally effective means for increasing efficiency.

For further refinement of optimum design parameters at different boundary conditions as well as for assessing the scaling properties of the thin disk laser more complex

models are essential, which require numerical calculations. To this end a comprehensive numerical model has been developed, which allows to calculate the distribution of absorbed pump power within the laser disk, the temperature distribution within the crystal, as well as the laser output power, taking into account the effect of amplified spontaneous emission. Finite element models are employed to calculate thermal stress and deformations, which lead to thermal lensing and accompanying diffraction and depolarization loss.

Since the reliability of the calculated results depends on the accuracy to which the properties of the laser material are known, important parameters of Yb:YAG are discussed, which have been compiled from numerous publications. Additionally, data of the temperature dependence of absorption and emission cross sections and of the dependence of thermal conductivity on temperature and doping concentration are presented.

In order to assure the reliability of the analytical and numerical model experimental data are compared to results obtained using both. Independently of pump power a good agreement is found between measured and numerically calculated output power. A discrepancy is found, however, for the analytical model, especially for small pumped diameters of the disk, which is due to the neglect of radial heat flux in the simple model. Further comparisons between experimental data and results of the numerical model with respect to amplified spontaneous emission and thermal lensing demonstrate that reliable results can be expected with high confidence.

In a next step optimum design parameters of the Yb:YAG thin disk laser are determined using the numerical model. On the basis of a set of parameters which is similar to a currently employed laser system calculations are performed under variation of different parameters. In agreement with the results of the analytical equations a significant increase in efficiency is found when increasing the number of pump beam passes, especially at elevated cooling temperatures. Compared to the approximative equations, however, a significantly decreased optimum crystal thickness is determined, which is a result of the differing crystal temperature between both models. Another outcome of the numerical investigations is that an optimum pump power density exists. A further increase in pump power density would lead to a higher crystal temperature and therefore a lower efficiency. Calculations with respect to the influence of resonator internal loss on optimum design parameters reveal a strong decrease in efficiency even for a small increase of loss, which is due to the small gain per pass through the disk. Further important investigations determine the influence of the pump beam profile on laser characteristics. It turns out that a "top-hat"-shaped profile leads to the highest possible efficiency, both for transversal multi-mode and fundamental mode operation. The influence of the spectral profile of the pump source is examined as well. It is shown that at the common pump wavelength for Yb:YAG at 940 nm a spectral width of 3 to 4 nm, which is typical for high power diode lasers, only slightly reduces the efficiency compared to an ideally narrow spectrum. At the same time the detrimental effect of a broad spectrum is more pronounced when pumping at the "zero-phonon-line", despite the smaller quantum defect between pump and laser wavelength, so that for

current high power diode lasers the advantages of pumping at 940 nm prevail. Calculations with respect to optimum parameters at various doping concentrations show that optimum crystal thickness and mean crystal temperature decrease when the doping concentration is increased, which leads to higher efficiency and reduced thermal lensing. The increase in efficiency is substantially lower, however, than what can be achieved by an increase of the number of pump beam passes, which reduces the crystal thickness as well.

Another important subject of this work is the investigation of laser parameters at scaling of the output power of a single thin disk laser, which is achieved by increasing the pumped area of the disk at constant pump power density. First of all the optical-to-optical efficiency is examined, neglecting the effect of amplified spontaneous emission. It is shown that the optical-to-optical efficiency decreases due to a reduced radial heat flux and approaches a lower limit, which is given by the results of the analytical model. Finite element calculations are performed for a typical cooling system with the crystal mounted on a copper plate using indium. An increase in thermal stress within the crystal and the indium is observed, which limits the maximum pump power density. At the same time, however, a simple model shows in agreement with numerical results that the maximum stress mainly depends on the ratio between pumped diameter and crystal diameter, so that for a typical Yb:YAG thin disk laser thermally induced stress does not limit the scaleability to higher output power. Effective means are deduced for reducing thermal stress and thermal lensing at the same time, which include a reduction of crystal thickness on one hand and inelastic mounting of the disk onto a heat sink exhibiting low thermal expansion on the other hand. Further calculations are performed with respect to the influence of diffraction loss on fundamental mode operation. For an optimized design it is assessed that in principle a maximum output power of more than 7.5 kW at an optical-to-optical efficiency of more than 30 % is achievable. The examination of thermally induced depolarization loss shows that it is comparably low in the thin disk laser design and leads to only a slight reduction of efficiency for linearly polarized operation.

Parasitic laser oscillations within the laser disk itself can impose a limit on the scaleability of output power. Conditions for the onset of these oscillations are discussed and measures are proposed in order to suppress this channel of energy loss effectively. Disregarding parasitic oscillations, the only limit to the scaleability of the thin disk laser is the effect of amplified spontaneous emission. Taking this effect into account, scaling of output power in continuous wave operation as well as scaling of pulse energy in pulsed operation is examined by numerical calculations, which yield a maximum possible output power in the range of 45 kW and a maximum extractable pulse energy of 2.5 J, respectively, from one single disk.

# 1 Einleitung

Der Laser als universelle Strahlquelle findet Verwendung in so verschiedenen Anwendungsfeldern wie beispielsweise der Medizin, der Spektroskopie, der Messtechnik, der Nachrichtentechnik oder der Materialbearbeitung. Je nach Anforderungen an die spektralen Eigenschaften, an Energie oder Leistung, Strahlform oder die Wirtschaftlichkeit der Strahlquelle kommen dabei die unterschiedlichsten Lasertypen zum Einsatz. In der Materialbearbeitung hat der CO<sub>2</sub>-Laser weite Verbreitung gefunden, der einen hohen Wirkungsgrad bei bester Strahlqualität bis in einen sehr hohen Leistungsbereich hinein besitzt. Daneben erfahren Diodenlaser derzeit eine beschleunigte Entwicklung und werden wegen ihrer Vorteile einer hohen Effizienz, eines einfachen Aufbaus und ihrer Kompaktheit zunehmend in der Fertigungstechnik eingesetzt. Aufgrund ihrer vergleichbar schlechten Strahlqualität und der damit verbundenen geringen Leistungsdichte am Werkstück sind sie jedoch für viele Prozesse, insbesondere in der Metallbearbeitung, noch ungeeignet. Optisch angeregte Festkörperlaser sind in diesem Punkt aufgrund ihrer besseren Strahlqualität überlegen und bieten gleichzeitig gegenüber CO<sub>2</sub>-Lasern den Vorteil einer kürzeren Wellenlänge, was zum einen den Strahltransport über Glasfasern erlaubt und zum anderen bei vielen Werkstoffen und Prozessen zu einer höheren Effizienz aufgrund eines höheren Absorptionsgrades und reduzierter Plasmaabsorption führt [1]. Der Nachteil, insbesondere der lampengepumpten Festkörperlaser, liegt in einem geringen Wirkungsgrad und einer bei hohen Leistungen vergleichbar schlechten Strahlqualität. Durch die Verwendung von Diodenlasern an Stelle von Blitz- oder Bogenlampen als Anregungsquelle können diese Nachteile prinzipiell überwunden werden. Neben einer längeren Lebensdauer und damit geringerer Wartungsanfälligkeit des Gesamtsystems bieten Diodenlaser vor allem die Vorteile einer geringeren spektralen Breite, woraus eine effiziente Anregung des laseraktiven Mediums mit reduzierter Wärmeentwicklung resultiert, und einer höheren Brillanz, die eine größere Pumpleistungsdichte und das selektive Anregen kleiner Modenvolumina im Resonator ermöglicht. Während die geringere spektrale Breite bereits den Wirkungsgrad und die Strahlqualität konventioneller Lasersysteme erhöht, eröffnet die höhere Brillanz zusätzlich weitere Verbesserungsmöglichkeiten sowohl durch den Einsatz neuer laseraktiver Materialien als auch neuer Laserkonzepte.

Als besonders geeignetes laseraktives Material hat sich in dieser Hinsicht Yb:YAG erwiesen, das bereits 1971 in einem Laser eingesetzt wurde [2], sich als sogenanntes „Quasi-Drei-Niveau“-Material aber erst durch die spektral selektive Anregung mit Diodenlasern sinnvoll verwenden lässt. Gegenüber dem weit verbreiteten Material Nd:YAG erlaubt es prinzipiell einen höheren Wirkungsgrad bei der Umwandlung von Anregungs- in Laserleistung, der jedoch nur bei hohen Anregungsleistungsdichten verbunden mit einer guten Kühlung erreicht wird. Dies erfordert den Einsatz neu-

er Laserkonzepte, die sich von dem konventionellen Design eines radial gepumpten Stablaser vor allem durch ein optimiertes Verhältnis von gekühlter Oberfläche zu angeregtem Volumen unterscheiden [3]. Ein in dieser Hinsicht verbessertes System stellt z.B. der endgepumpte Stablaser kleinen Durchmessers dar, wie er am Lawrence Livermore National Laboratory realisiert wurde [4, 5]. Die Reduktion des Stabdurchmessers führt in letzter Konsequenz zum Faserlaser, bei dem zusätzlich die Strahlqualität durch Einschränkung der möglichen Transversalmoden verbessert werden kann. Eine weitere mögliche Geometrie ist der dünne Slablaser [6], der auch als Wellenleiter ausgebildet sein kann [7, 8], und der über eine große Oberfläche gekühlt wird. Dabei wird die Strahlqualität der Dioden hauptsächlich für die seitliche Einkopplung ausgenutzt.

In besonderer Weise wird die hohe Brillanz der Diodenlaser beim Konzept des Scheibenlasers eingesetzt, das gemeinsam vom Institut für Strahlwerkzeuge (IFSW) und dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) entwickelt wurde [9, 10, 11]. In dieser Geometrie wird eine dünne Kristallscheibe mehrfach von einer der Stirnseiten her von der Pumpstrahlung durchlaufen, so dass eine hohe effektive Pumpleistungsdichte erzielt wird. Durch die gleichzeitige großflächige Kühlung über die zweite Stirnfläche eignet sich dieses Konzept besonders für den Einsatz von Quasi-Drei-Niveau Materialien wie Yb:YAG. Gleichzeitig reduziert die Geometrie des Scheibenlasers thermo-optische Effekte, die sich negativ auf die Strahlqualität auswirken. Auf diese Weise verbindet das Konzept des Scheibenlasers einen hohen Wirkungsgrad mit einer guten Strahlqualität. Durch die gleichzeitige Skalierbarkeit der Ausgangsleistung über die gepumpte Fläche bis in den Kilowattbereich [12, 13] gewinnt dieser Lasertyp zunehmend an Bedeutung für die Materialbearbeitung [14].

Zur Auslegung eines Scheibenlasersystems, d.h. zur Festlegung der optimalen Eigenschaften der Pumpstrahlungsquelle, der Pumpgeometrie, des laseraktiven Mediums und dessen Geometrie, Kontaktierung, Kühlung und zur Auslegung des Resonators ist das Verständnis der Zusammenhänge zwischen den einzelnen Faktoren und deren Auswirkung auf den Laserbetrieb von elementarer Bedeutung. Dazu ist es notwendig, ein physikalisches Modell des Lasers zu entwickeln. Dies kann in verschiedenen Stufen der Komplexität geschehen. Einfache Modelle, die beispielsweise von homogenen Zuständen im laseraktiven Medium ausgehen, führen zu analytischen Lösungen, die sich für erste Abschätzungen verwenden lassen. Für weiterführende Auslegungen hingegen, die eine genauere Bestimmung der Betriebsparameter erfordern, sind komplexere Modelle unerlässlich, die sich nur noch numerisch berechnen lassen. Auch die Berechnung des thermo-mechanischen Zustands im Laserbetrieb und thermo-optischer Effekte ist nur durch den Einsatz numerischer Verfahren mit der nötigen Genauigkeit möglich. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher ein numerisches Modell des Scheibenlasers entwickelt, das begleitend zu den experimentellen Arbeiten zur schrittweisen Steigerung des Wirkungsgrades von Yb:YAG Scheibenlasern und deren Skalierung zu höheren Ausgangsleistungen eingesetzt wurde. Die wichtigsten Ergebnisse dieses Modells bezüglich der optimalen Auslegungsparameter werden in dieser Arbeit dargestellt, wobei auch ein Vergleich mit den Ergebnissen einfacher analytischer Modelle vorgenommen wird. Desweiteren wird auf die Skalierung der Ausgangsleistung unter Berücksichtigung der verschiedenen Betriebsparameter eingegangen und es werden die

Grenzen der Skalierbarkeit diskutiert.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: Im ersten Abschnitt wird neben dem Prinzip des Scheibenlasers ein allgemeines Modell für optisch angeregte Festkörperlaser entwickelt, das sowohl einem einfachen analytischen Modell des Scheibenlasers als auch dem numerischen Modell zugrunde liegt. Diese beiden Modelle werden in den folgenden beiden Abschnitten vorgestellt. Nach der Darstellung der Eigenschaften des laseraktiven Materials Yb:YAG und der in dieser Arbeit verwendeten Materialparameter folgt anhand einiger Beispiele eine Gegenüberstellung von experimentellen Ergebnissen und berechneten Werten, um die Zuverlässigkeit des numerischen Modells zu überprüfen. Im darauf folgenden Kapitel werden zunächst einfache Gleichungen für die optimalen Betriebsparameter eines Scheibenlasers diskutiert, die im Rahmen des analytischen Modells entwickelt wurden und bereits wichtige Hinweise für die Auslegung geben. Daran anschließend werden die numerisch berechneten optimalen Parameter unter verschiedenen Randbedingungen dargestellt. Im vorletzten Kapitel wird schließlich auf die Änderung verschiedener Betriebsparameter bei der Skalierung der Ausgangsleistung eingegangen und es werden die Grenzen der Skalierbarkeit diskutiert. Am Schluss werden die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit noch einmal zusammengefasst.

## 2 Grundlagen der Modellierung

In diesem Kapitel wird zunächst die technische Ausgestaltung eines Scheibenlasers beschrieben, wobei sowohl auf das Prinzip als auch auf eine der möglichen experimentellen Umsetzungen eingegangen wird, die im Rahmen dieser Arbeit betrachtet wird. Anschließend werden im Rahmen eines allgemeinen physikalischen Modells von Festkörperlasern Gleichungen zur Beschreibung des kontinuierlichen Betriebs entwickelt, die sowohl dem analytischen als auch dem numerischen Modell des Scheibenlasers zu Grunde liegen. Mögliche Lösungen des sich ergebenden Gleichungssystems werden im Hinblick auf sogenannte „endgepumpte“ Systeme im Anschluss diskutiert.

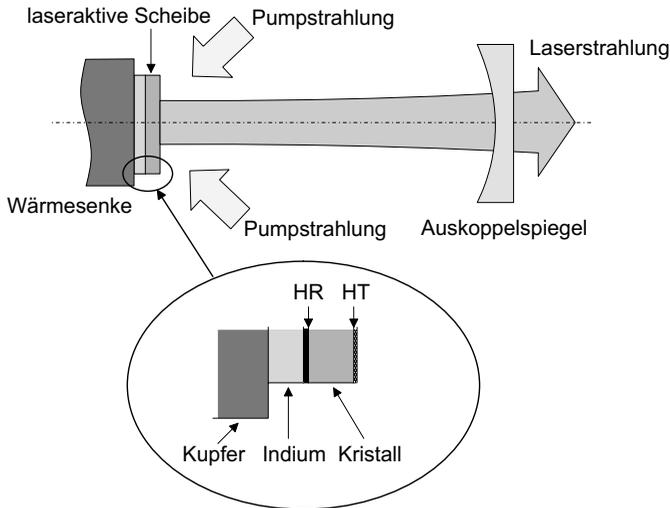
### 2.1 Technische Ausgestaltung eines Scheibenlasers

Im Folgenden wird neben dem prinzipiellen Aufbau eines Scheibenlasers eine der möglichen experimentellen Realisierungen beschrieben, die in dieser Arbeit betrachtet wird.

#### 2.1.1 Prinzip

Der Scheibenlaser ist im Allgemeinen dadurch charakterisiert, dass das laseraktive Medium in Form einer dünnen Scheibe vorliegt, die von einer Seite, der Rückseite, gekühlt wird (s. Abb. 2.1). Diese Seite ist gleichzeitig sowohl für die Pump- als auch für die Laserwellenlänge hochreflektierend beschichtet, während die Vorderseite für beide Wellenlängen dielektrisch entspiegelt ist. Die Scheibe wird quasi endgepumpt, so dass Pumpstrahlung, die von der Vorderseite her das laseraktive Medium durchläuft, an der Rückseite reflektiert wird und die Scheibe ein weiteres Mal durchläuft. Durch eine geeignete Pumpoptik wird die transmittierte Pumpstrahlung wiederholt auf die Scheibe abgebildet, so dass in mehreren Pumpstrahlungsdurchgängen auch bei geringer Scheibendicke ein hoher Absorptionsgrad der Pumpstrahlung erreicht wird. Aufgrund der hochreflektierend beschichteten Rückseite lässt sich die Scheibe entweder als Endspiegel in einem linearen I-Resonator oder als Umlenkspiegel in einem gefalteten Resonator verwenden.

Ein wesentlicher Vorteil des Scheibenlaserdesigns gegenüber anderen Lasergeometrien liegt in der Kühlung in Richtung der Resonatorachse. Da die Dicke der Scheibe typischerweise deutlich geringer ist als der gepumpte Durchmesser, bildet sich ein Temperaturgradient hauptsächlich in axialer Richtung aus, was sowohl die absolute



**Abbildung 2.1:** Prinzipieller Aufbau eines quasi-endgepumpten Scheibenlasers

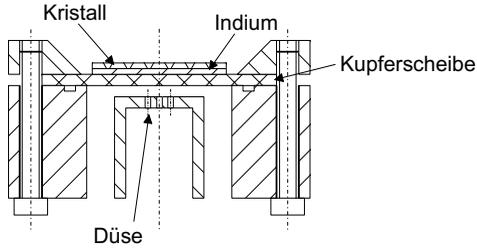
Größe als auch sphärische Aberrationen der thermisch induzierten Phasenverschiebungen („thermische Linse“) verringert. Gleichzeitig ist die durch thermisch induzierte Doppelbrechung verursachte Depolarisation der Laserstrahlung gering, und durch das große Verhältnis von gekühlter Oberfläche zu gepumptem Volumen wird eine effiziente Kühlung erzielt.

Ein weiterer wesentlicher Vorteil des Scheibenlaserdesigns beruht auf der Mehrfachabbildung der Pumpstrahlung. Dadurch ist es möglich, kleine Scheibendicken bei gleichzeitig großem Absorptionsgrad zu verwenden. Dies verringert zum einen die thermische Linse, zum anderen lassen sich hohe effektive Pumpleistungsdichten im laseraktiven Medium erzielen. Diese werden u.a. für den effizienten Betrieb von sogenannten „Quasi-Drei-Niveau“-Materialien wie Yb:YAG benötigt.

Ein Nachteil des Scheibenlasers ist die aufgrund der geringen Scheibendicke geringe Verstärkung pro Resonatorumlauf. Bei erhöhten resonatorinternen Verlusten, die etwa von zusätzlichen Komponenten im Resonator stammen können, ist die Verringerung des Wirkungsgrades damit größer als bei einem herkömmlichen Stab- oder Slablaser.

### 2.1.2 Aufbau

Es existieren verschiedene Möglichkeiten, die Kristallscheibe auf der Wärmesenke aufzubringen. In dieser Arbeit wird als Kontaktierungsmethode das Aufpressen (Kaltverschweißen) mit einer Zwischenlage aus Indium betrachtet, s. Abb. 2.1. Eine weitere Möglichkeit der Kontaktierung wäre beispielsweise das Löten [15] oder das Anpressen

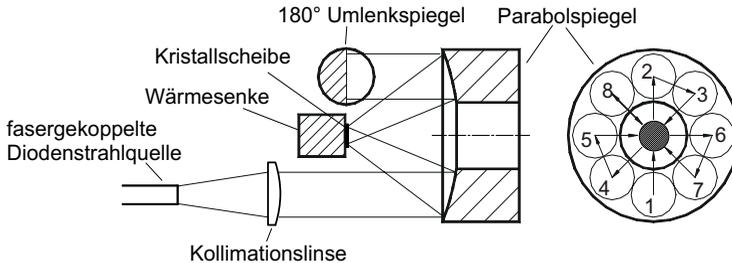


**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung eines typischen Systems aus Laserkristall, Kupferscheibe und Halter

mittels eines optischen Substrates [16]. Als Wärmesenke dient hier eine typischerweise 1 mm dicke Kupferplatte, die von der Rückseite über eine Prallströmung aus einer Düse („Jet-impingement“) mit Wasser gekühlt wird. Abb. 2.2 zeigt ein solches typisches System aus Kristall, Kupferscheibe und Halter. Die Kupferscheibe wird dabei durch einen Überwurfring fixiert.

### 2.1.3 Pumpoptik

Die in dieser Arbeit betrachtete Pumpoptik zur Mehrfachabbildung der Pumpstrahlung enthält als wesentliches Element einen Parabolspiegel [17] (s. Abb. 2.3). Die Pumpstrahlung stammt entweder aus fasergekoppelten Diodenbarren oder aus Diodenstapeln, deren Strahlung durch Einkoppeln in einen Glasstab homogenisiert wird. Die Strahlung wird zunächst durch eine Linse kollimiert, die sich im Abstand ihrer Brennweite vom Ende der Faser bzw. des Glasstabes befindet. Die Strahlung trifft anschließend den Parabolspiegel außerhalb der Symmetrieachse und wird auf den Kristall abgebildet, der sich in der Brennebene des Parabolspiegels befindet. Auf diese Weise entsteht eine Abbildung des Faserendes bzw. Glasstabendes auf dem Kristall, wobei



**Abbildung 2.3:** Prinzipskizze der Pumpoptik für 16 Pumpstrahlungsdurchgänge; in der Aufsicht ist die Reihenfolge dargestellt, in der verschiedene Bereiche des Parabolspiegels von der Pumpstrahlung getroffen werden

der Abbildungsmaßstab durch das Verhältnis der Brennweiten von Parabolspiegel und Kollimationslinse gegeben ist. Beträgt der Abstand zwischen diesen beiden Elementen gerade die Summe ihrer Brennweiten, so hat die Strahlung in der Pumpoptik gleichzeitig die geringst mögliche Divergenz. Pumpstrahlung, die nicht in der Scheibe absorbiert wurde, trifft anschließend wieder auf den Parabolspiegel und wird kollimiert. Es folgt ein  $180^\circ$ -Umlenkelement, das entweder aus zwei Planspiegeln bestehen kann, die einen Winkel von  $90^\circ$  zu einander bilden, oder aus einem Prisma, in dem die Totalreflexion an den beiden Kathetenflächen zur Umlenkung ausgenutzt wird. Durch dieses Element wird die kollimierte Strahlung von einem Bereich des Parabolspiegels (s. Abb. 2.3) auf einen benachbarten Bereich umgelenkt. Von dort erfolgt wieder eine Abbildung auf die Scheibe. Entspricht die optische Weglänge zwischen Umlenkeinheit und Parabolspiegel gerade dessen Brennweite, so wird auf diese Weise eine 1:1-Abbildung der gepumpten Scheibe erreicht, ohne dass sich die Divergenz der Pumpstrahlung von einem Durchgang zum nächsten ändert. Diese Art der Abbildung wird auch als „Relay-Imaging“ bezeichnet und wird in [18] ausführlich diskutiert. Die Pumpstrahlung wird so wiederholt auf den Kristall abgebildet, wobei der Reihe nach alle Teilflächen des Parabolspiegels benutzt werden. Nach der letzten Kollimation durch den Parabolspiegel erfolgt eine Reflexion an einem Planspiegel, so dass alle Elemente der Pumpoptik in umgekehrter Reihenfolge ein weiteres Mal durchlaufen werden. Auf diese Weise werden  $2n$  Pumpstrahlungsdurchgänge durch die Scheibe erreicht, wenn  $n$  die Anzahl der verwendeten (virtuellen) Segmente des Parabolspiegels bezeichnet. Dabei begrenzt der Durchmesser der kollimierten Strahlung auf dem Parabolspiegel die Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge. Der allgemeine Zusammenhang zwischen vorgegebener Strahldichte  $L_{ps}$  der Pumpstrahlungsquelle, gewünschter einfallender Pumpleistungsdichte  $E_p$  auf der Scheibe und der damit erreichbaren Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen  $M_p$  durch den Kristall wird ausführlicher in [18] und Kap. 7.5 diskutiert. Bisher werden experimentell bis zu 32 Durchgänge verwendet, in dieser Arbeit wird standardmäßig von 16 Pumpstrahlungsdurchgängen ausgegangen.

## 2.2 Physikalisches Modell eines Festkörperlasers

In einem optisch angeregten Festkörperlaser wird Anregungsenergie in Form von sogenannten Pumpphotonen zur Verfügung gestellt, die vom laseraktiven Medium absorbiert werden. Durch die Prozesse der spontanen und der induzierten Emission wird diese Anregungsenergie teilweise als Laserenergie wieder abgegeben. Dieser Vorgang kann durch Ratengleichungen beschrieben werden, die hier sowohl für das laseraktive Medium als auch für den Resonator aufgestellt werden.

### 2.2.1 Ratengleichung für das laseraktive Medium

Das laseraktive Medium eines Festkörperlasers besteht aus einem Wirtsmaterial, wie etwa einem Kristall, einem Glas, einem Kunststoff, einem Halbleiter oder einer Kera-

mik, das mit laseraktiven Ionen dotiert ist. Wesentlich für die spektralen Eigenschaften ist die Struktur der elektronischen Energieniveaus der laseraktiven Ionen. Die Energieniveaus der freien Ionen werden durch die Coulomb-Wechselwirkung und die Spin-Bahn-Kopplung der Elektronen bestimmt. Durch elektrische Stark-Wechselwirkung zwischen den Elektronen und dem elektrischen Feld des Wirtsmaterials spalten diese Energieniveaus im Festkörper weiter auf in Multipletts, die aus einzelnen Stark-Niveaus bestehen. Am Laserprozess sind nun im allgemeinen, idealisierten Fall vier Energieniveaus beteiligt: Das untere und das obere Pumpniveau sowie das obere und das untere Laserniveau, zwischen denen elektronische Übergänge unter Absorption bzw. Emission von Photonen stattfinden. Im idealisierten Fall spielen dabei lediglich die Prozesse der Absorption sowie der induzierten und der spontanen Emission von Photonen eine Rolle.

Man unterscheidet nun vereinfacht zwischen drei Arten von laseraktiven Medien, die im Folgenden erläutert werden. Dabei stellt das so genannte „Quasi-Drei-Niveau“-System den allgemeineren Fall dar und wird daher zuerst beschrieben. Das „Vier-Niveau“-System sowie das „Drei-Niveau“-System können als Spezialfälle eines „Quasi-Drei-Niveau“-Systems betrachtet werden und werden im Anschluss erläutert.

### 2.2.1.1 Quasi-Drei-Niveau-System

Beim Quasi-Drei-Niveau-System, das auch als Quasi-Vier-Niveau-System bezeichnet werden kann, befinden sich zum einen die beiden oberen und zum anderen die beiden unteren Pump- und Laserniveaus im gleichen Energie-Multiplett, das wie erwähnt aus der Stark-Aufspaltung der Energieniveaus im Wirtsmaterial entsteht. Da die Energiedifferenz zwischen den Stark-Niveaus eines Multipletts im Allgemeinen deutlich geringer oder vergleichbar ist mit der typischen Phononenenergie des Festkörpers, sind diese Niveaus durch Phononen stark gekoppelt, so dass sich auf der Zeitskala von Pikosekunden ein thermisches Gleichgewicht in der Besetzungsverteilung innerhalb eines Multipletts einstellt [19, 20]. Die Besetzungsdichte eines bestimmten Energieniveaus innerhalb eines Multipletts ist daher durch die Boltzmann-Verteilung gegeben: Für ein Multiplett  $m$  mit  $j$  Energieniveaus  $E_{m,j}$ , die jeweils  $g_{m,j}$ -fach entartet sind, gilt für die relative Besetzung  $f_{m,i}$  des Niveaus  $i$ :

$$f_{m,i} = \frac{g_{m,i} \exp\left(-\frac{E_{m,i}}{k_B T}\right)}{\sum_j g_{m,j} \exp\left(-\frac{E_{m,j}}{k_B T}\right)} = \frac{1}{Z_m} g_{m,i} \exp\left(-\frac{E_{m,i}}{k_B T}\right) \quad (2.1)$$

mit der Zustandssumme des Multipletts  $m$

$$Z_m = \sum_j g_{m,j} \exp\left(-\frac{E_{m,j}}{k_B T}\right). \quad (2.2)$$

Betrachtet man zunächst die Rate, mit der Pumpphotonen pro Volumeneinheit absorbiert werden, so gilt

$$W_p = (f_{u,p}N_1 - f_{o,p}N_2)\sigma_p \frac{E_{p,eff}}{h\nu_p}, \quad (2.3)$$

wobei  $N_{1,2}$  die Dichte der laseraktiven Ionen im unteren bzw. oberen Multiplett bezeichnen,  $f_{u,p}$  und  $f_{o,p}$  die relative Besetzung des unteren Pumpniveaus innerhalb des unteren Multipletts bzw. des oberen Pumpniveaus innerhalb des oberen Multipletts,  $E_{p,eff}$  die effektive Pumpleistungsdichte, die sich durch eventuelle Überlagerung mehrerer Strahlungsfelder ergibt und  $h\nu_p$  die Energie eines Pumpphotons. Die Absorptionsrate wird sowohl durch Absorption aus dem unteren Pumpniveau als auch durch Emission aus dem oberen Pumpniveau bestimmt, wobei aufgrund des Prinzips des detaillierten Gleichgewichts beide Prozesse den gleichen spektroskopischen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_p$  besitzen [21]. Es ist für die weitere Modellbildung nun vorteilhaft, effektive Wirkungsquerschnitte einzuführen, die die relative Besetzung innerhalb eines Multipletts beinhalten. Gl. 2.3 lautet dann

$$W_p = (\sigma_{abs,p}N_1 - \sigma_{em,p}N_2) \frac{E_{p,eff}}{h\nu_p}, \quad (2.4)$$

mit den effektiven Absorptions- und Emissionswirkungsquerschnitten bei der Pumpwellenlänge

$$\sigma_{abs,p} = f_{u,p}\sigma_p, \quad \sigma_{em,p} = f_{o,p}\sigma_p. \quad (2.5)$$

Für die effektiven Wirkungsquerschnitte ergibt sich damit im Vergleich zu den spektroskopischen eine zusätzliche Temperaturabhängigkeit. Zwischen dem effektiven Emissions- und dem Absorptionswirkungsquerschnitt besteht unter Berücksichtigung von Gl. 2.1 der Zusammenhang

$$\sigma_{em,p} = \frac{Z_1}{Z_2} \exp\left(-\frac{E_{o,p} - E_{u,p}}{k_B T}\right) \sigma_{abs,p} = \frac{Z_1}{Z_2} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda_p k_B T}\right) \sigma_{abs,p}, \quad (2.6)$$

wobei  $Z_{1,2}$  die Zustandssumme des unteren und des oberen Multipletts und  $\lambda_p$  die Wellenlänge der Pumpphotonen bezeichnen. Dieser Zusammenhang lässt sich für Festkörpermoleküle, in denen die Übergänge zwischen den einzelnen Niveaus durch Elektron-Phononen-Kopplung spektral verbreitert sind, verallgemeinern [22] und Gl. 2.6 gilt für jede Wellenlänge  $\lambda$ , unabhängig von den tatsächlich am Übergang beteiligten Energieniveaus. Der Vorteil der Verwendung effektiver Wirkungsquerschnitte im Gegensatz zu spektroskopischen Wirkungsquerschnitten liegt zum einen darin, dass diese für die Berechnung der Absorption einer spektral breitbandigen Pumpstrahlung oder auch der Emission bei einem durchstimmbaren Laserresonator verwendet werden können, für die eine spektrale Verteilung von Absorptions- und Emissionswirkungsquerschnitten benötigt wird. Spektroskopische Wirkungsquerschnitte sind dagegen streng genommen nur für den Übergang zwischen zwei diskreten Niveaus definiert. Zum anderen handelt es sich bei den effektiven Wirkungsquerschnitten um direkt messbare Größen, die in Form von Absorptions- oder Emissionsspektren für Berechnungen zur Verfügung stehen.

Für die Rate, mit der Laserphotonen pro Volumeneinheit emittiert werden, gilt eine Gl. 2.4 entsprechende Gleichung mit den effektiven Absorptions- und Emissionswirkungsquerschnitten bei der Laserwellenlänge,  $\sigma_{abs,l}$  und  $\sigma_{em,l}$ ,

$$W_l = (\sigma_{em,l}N_2 - \sigma_{abs,l}N_1) \frac{E_{r,eff}}{h\nu_l}, \quad (2.7)$$

wobei  $E_{r,eff}$  die effektive resonatorinterne Leistungsdichte bezeichnet, die sich durch eventuelle Überlagerung mehrerer Strahlungsfelder ergibt, und  $h\nu_l$  die Energie eines Laserphotons. Ein wesentliches Merkmal von Quasi-Drei-Niveau-Systemen ist das Vorliegen eines nicht verschwindenden Absorptionskoeffizienten auf der Laserwellenlänge,  $\sigma_{abs,l} > 0$ , wodurch Laserphotonen im laseraktiven Medium absorbiert werden können. Dies wird auch verkürzt als „Reabsorption“ bezeichnet und begründet wesentliche Unterschiede im Laserbetrieb im Vergleich zu anderen laseraktiven Materialien.

Ein weiterer für die Laserkinetik wichtiger Prozess ist der spontane Übergang aus dem oberen in das untere Multiplett, der sowohl strahlend, d.h. unter Aussendung eines Photons, als auch nichtstrahlend stattfinden kann. Die Summe dieser Prozesse bestimmt die so genannte Lebensdauer  $\tau_f$ . Die Rate  $W_f$  der spontanen Relaxation pro Volumeneinheit ist gegeben durch

$$W_f = \frac{N_2}{\tau_f}. \quad (2.8)$$

Insgesamt ergibt sich somit als Ratengleichung für das obere Multiplett

$$\begin{aligned} \frac{dN_2}{dt} = & \frac{E_{p,eff}}{h\nu_p} ((N_{dot} - N_2)\sigma_{abs,p} - N_2\sigma_{em,p}) - \frac{N_2}{\tau_f} \\ & - \frac{E_{r,eff}}{h\nu_l} (N_2\sigma_{em,l} - (N_{dot} - N_2)\sigma_{abs,l}). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Es genügt hier, die Ratengleichung lediglich für ein Multiplett aufzustellen, da die Besetzungsdichten beider Multipletts über

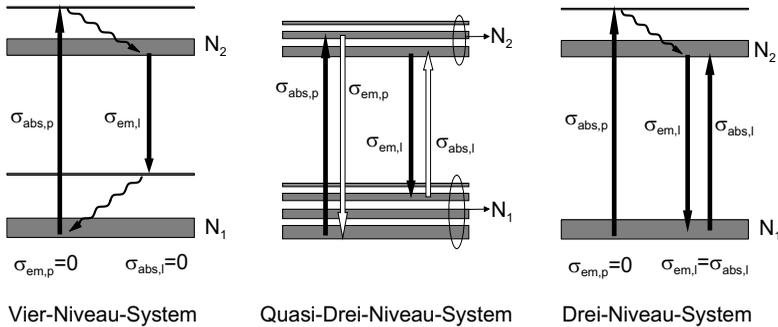
$$N_1 + N_2 = N_{dot} \quad (2.10)$$

miteinander verknüpft sind.

Die Energieniveaus des Quasi-Drei-Niveau-Systems sowie die Absorptions- und Emissionsübergänge sind in Abb. 2.4 noch einmal schematisch dargestellt, im Vergleich zu den im Folgenden diskutierten Spezialfällen des Vier-Niveau- und des Drei-Niveau-Systems. Die Breite der einzelnen Niveaus repräsentiert dabei die relative Besetzungsdichte.

### 2.2.1.2 Vier-Niveau-System

Beim Vier-Niveau-System sind die vier am Laserprozess beteiligten Niveaus energetisch klar voneinander getrennt, d.h. nicht thermisch gekoppelt. Nach der Anregung in



**Abbildung 2.4:** Schematische Darstellung des verwendeten Quasi-Drei-Niveau-Modells im Vergleich mit den beiden Spezialfällen des Vier-Niveau- und des Drei-Niveau-Modells

das obere Pumpniveau relaxiert das laseraktive Ion in das obere Laserniveau. Dieser Prozess findet auf einer Zeitskala statt, die um Größenordnungen kürzer ist als die Lebensdauer des oberen Laserniveaus bzw. als die Zeit, die typischerweise zwischen der Absorption eines Pumpphotons und der Emission eines Laserphotons liegt. Die Relaxation aus dem unteren Laserniveau in das untere Pumpniveau findet ebenfalls auf einer sehr kurzen Zeitskala statt. Dadurch sind nur zwei Niveaus, nämlich das untere Pumpniveau und das obere Laserniveau signifikant besetzt. Bezeichnet man deren Besetzungsdichten mit  $N_1$  bzw.  $N_2$ , so gilt Gleichung 2.9 analog mit  $\sigma_{em,p} = 0$  und  $\sigma_{abs,l} = 0$ .

### 2.2.1.3 Drei-Niveau-System

Beim Drei-Niveau-System sind das untere Pump- und das untere Laserniveau identisch. Das obere Pump- und das obere Laserniveau sind hingegen energetisch klar getrennt. Aus dem oberen Pumpniveau relaxiert das laseraktive Ion wie beim Vier-Niveau-System auf einer sehr kurzen Zeitskala, so dass auch hier lediglich zwei Niveaus signifikant besetzt sind. Es gilt daher Gleichung 2.9 mit  $\sigma_{em,p} = 0$  und  $\sigma_{abs,l} = \sigma_{em,l}$ .

Für das Aufstellen und Lösen der Ratengleichungen bietet es sich also an, das Modell des Quasi-Drei-Niveau-Systems zu verwenden, das lediglich zwei energetisch verbreiterte Energieniveaus  $N_1$ ,  $N_2$  enthält, weshalb es auch als „Quasi-Zwei-Niveau“-Modell bezeichnet werden kann. Durch geeignete Wahl der effektiven Wirkungsquerschnitte enthält dieses Modell auch Vier-Niveau- und Drei-Niveau-Systeme als Spezialfälle.

## 2.2.2 Ratengleichung für die resonatorinterne Leistung

Für die gesamte umlaufende resonatorinterne Leistung  $P_r$  gilt eine globale Ratengleichung, die sowohl die Zunahme durch Verstärkung innerhalb des laseraktiven Festkörpervolumens  $V_{Kr}$  als auch die Abnahme durch resonatorinterne Verluste  $L_{int}$  und Auskopplung  $T_{oc}$  enthält. Die umlaufende resonatorinterne Leistung ergibt sich als Quotient aus der im Resonator enthaltenen Laserenergie  $Q_r$  und der Umlaufzeit  $T_r$ :

$$P_r = \frac{Q_r}{T_r} = \iiint_{V_r} q_r dV \cdot \frac{c}{2L_{r,eff}} \quad (2.11)$$

mit der Energiedichte pro Volumen  $q_r$ , dem Resonatorvolumen  $V_r$  und der „effektiven Resonatorlänge“

$$L_{r,eff} = L_r + \frac{M_r}{2}(n_{Kr} - 1)d_{Kr}, \quad (2.12)$$

wobei  $L_r$  die physikalische Länge des Resonators zwischen den beiden Endspiegeln bezeichnet,  $M_r$  die Anzahl der Kristalldurchgänge pro Resonatorumlauf,  $n_{Kr}$  den Brechungsindex und  $d_{Kr}$  die Dicke des laseraktiven Mediums, d.h. dessen Ausdehnung in Richtung der Resonatorachse. Aus der Energiedichte  $q_r$  erhält man die effektive Leistungsdichte  $E_{r,eff}$  durch Multiplikation mit der lokalen Lichtgeschwindigkeit:

$$E_{r,eff} = q_r \cdot \frac{c}{n}. \quad (2.13)$$

Die Zunahme der effektiven Leistungsdichte pro Zeiteinheit durch Verstärkung im laseraktiven Medium ist gegeben durch

$$\frac{dE_{r,eff}}{dt} = \frac{dE_{r,eff}}{dz} \cdot \frac{c}{n} = g \cdot E_{r,eff} \cdot \frac{c}{n} \quad (2.14)$$

mit dem lokalen Verstärkungskoeffizienten

$$g = \sigma_{em,l}N_2 - \sigma_{abs,l}N_1. \quad (2.15)$$

Aus Gl. 2.11, Gl. 2.13 und Gl. 2.14 ergibt sich damit für die zeitliche Zunahme der umlaufenden resonatorinternen Leistung aufgrund von Verstärkung

$$\frac{dP_r}{dt} = \iiint_{V_r} \frac{dq_r}{dt} dV \cdot \frac{c}{2L_{r,eff}} = \iiint_{V_{Kr}} g \cdot E_{r,eff} dV \cdot \frac{c}{2L_{r,eff}}. \quad (2.16)$$

Ohne Verstärkung nimmt die resonatorinterne Leistung innerhalb eines Resonatorumlaufs durch die integrierten resonatorinternen Verluste  $L_{int}$  und den Auskoppelgrad  $T_{oc}$  ab. Unter der Annahme, dass die Abnahme pro Zeiteinheit proportional zur verbleibenden Leistung im Resonator ist, d.h. dass

$$\frac{dP_r}{dt} = -\frac{1}{\tau_p} P_r \quad (2.17)$$

gilt mit der Resonatorabklingzeit  $\tau_p$ , die auch als „Photonenlebensdauer“ bezeichnet wird, so ergibt sich aus den Verlusten pro Umlauf

$$(1 - L_{int})(1 - T_{oc})P_r = \exp\left(-\frac{T_r}{\tau_p}\right) P_r \quad (2.18)$$

für den Kehrwert der Photonlebensdauer

$$\frac{1}{\tau_p} = -\frac{\ln(1 - L_{int}) + \ln(1 - T_{oc})}{T_r} = -(\ln(1 - L_{int}) + \ln(1 - T_{oc})) \frac{c}{2L_{r,eff}}. \quad (2.19)$$

Insgesamt erhält man somit für die zeitliche Änderung der resonatorinternen Leistung

$$\frac{dP_r}{dt} = \left[ \iiint_{V_{Kr}} g \cdot E_{r,eff} dV + [\ln(1 - L_{int}) + \ln(1 - T_{oc})] P_r \right] \frac{c}{2L_{r,eff}}. \quad (2.20)$$

### 2.2.3 Gleichungen für den stationären Betrieb

Im Dauerstrich-Betrieb des Lasers gilt  $\frac{dP_r}{dt} = 0$ , wodurch sich aus Gl. 2.20 die Gleichung

$$P_r(-\ln(1 - L_{int}) - \ln(1 - T_{oc})) = \iiint_{V_{Kr}} g \cdot E_{r,eff} dV \quad (2.21)$$

ergibt. Im Dauerstrich-Betrieb sind also die Verstärkung durch das laseraktive Medium und die Verluste pro Umlauf gleich groß. Weiterhin gilt im stationären Fall  $\frac{dN_2}{dt} = 0$ , wodurch sich Gl. 2.9 umformen lässt zu

$$N_2 = \frac{\left(\frac{E_{p,eff}}{h\nu_p} \sigma_{abs,p} + \frac{E_{r,eff}}{h\nu_l} \sigma_{abs,l}\right)}{\frac{E_{p,eff}}{h\nu_p} (\sigma_{abs,p} + \sigma_{em,p}) + \frac{E_{r,eff}}{h\nu_l} (\sigma_{abs,l} + \sigma_{em,l}) + \frac{1}{\tau_f}} N_{dot}. \quad (2.22)$$

Setzt man nun Gl. 2.22 in die stationäre Resonatorgleichung 2.21 ein, so erhält man eine implizite Gleichung für die umlaufende resonatorinterne Leistung  $P_r$  als Funktion der Pumpleistung:

$$P_r = \frac{N_{dot}}{-\ln(1 - L_{int}) - \ln(1 - T_{oc})} \cdot \iiint_{V_{Kr}} \left[ \frac{\left(\frac{E_{p,eff}}{h\nu_p} \sigma_{abs,p} + \frac{E_{r,eff}}{h\nu_l} \sigma_{abs,l}\right) (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}) E_{r,eff}}{\frac{E_{p,eff}}{h\nu_p} (\sigma_{abs,p} + \sigma_{em,p}) + \frac{E_{r,eff}}{h\nu_l} (\sigma_{abs,l} + \sigma_{em,l}) + \frac{1}{\tau_f}} - \sigma_{abs,l} E_{r,eff} \right] dV \quad (2.23)$$

Die Ausgangsleistung  $P_l$  des Lasers ergibt sich schließlich aus der Integration der ausgekoppelten Leistungsdichte über der Querschnittsfläche  $A_{Kr}$  des laseraktiven Mediums:

$$P_l = T_{oc} \iint_{A_{Kr}} E_r dA = T_{oc} P_r. \quad (2.24)$$

## 2.2.4 Lösungen der Ratengleichungen

In voller Allgemeinheit lässt sich Gl. 2.23 nicht analytisch geschlossen lösen, unter gewissen Näherungen sind jedoch analytische Lösungen möglich. Das einfachste Modell ist dabei das im folgenden Abschnitt entwickelte analytische Modell. Dieses geht von konstanten Größen innerhalb des gesamten laseraktiven Mediums aus. Räumliche Variationen wie z.B. eine radiale Pumpstrahlungsverteilung oder eine axiale Temperaturverteilung werden nicht berücksichtigt, es kann daher auch als „nulldimensionales“ Modell bezeichnet werden [23]. Es unterscheidet sich von bisher in der Literatur verwendeten nulldimensionalen Modellen für Quasi-Drei-Niveau-Systeme [24] vor allem durch die Berücksichtigung mehrerer Pumpstrahlungsdurchgänge durch das laseraktive Medium. Ein ähnliches Modell wurde für den Spezialfall eines Scheibenlasers mit acht Pumpstrahlungsdurchgängen bereits in [25] formuliert, wobei jedoch resonatorinterne Verluste teilweise vernachlässigt wurden. Zusätzlich wird die Änderung von Pump- und Resonatorstrahlungsfeld in axialer Richtung und deren gegenseitige Beeinflussung im laseraktiven Medium berücksichtigt, was jedoch zu den gleichen Ergebnissen führt wie das in dieser Arbeit verwendete nulldimensionale Modell.

Weiterführende Modelle, die in der Literatur beschrieben werden, berücksichtigen vor allem die räumliche Verteilung der Pump- und Laserstrahlung innerhalb des laseraktiven Mediums, jedoch nur für ein oder zwei Pumpstrahlungsdurchgänge. Aufbauend auf einer Arbeit, die ein einfaches Modell für Vier-Niveau-Systeme enthält [26], wurde in [27] ein Modell für Quasi-Drei-Niveau-Laser mit gaußförmigem Pump- und Lasermode entwickelt, wobei ein konstanter Strahldurchmesser innerhalb des Mediums vorausgesetzt wird. In diesem Fall lassen sich die Ratengleichungen analytisch für bestimmte Verhältnisse zwischen Pump- und Resonatormodendurchmesser lösen. Für den Scheibenlaser ist dieses Modell jedoch im Allgemeinen ungeeignet, da hier die Pumpl Leistungsverteilung eher einem „Top-Hat“-Profil als einem gaußförmigen Profil entspricht.

Das Modell aus [27] wurde in [28] um beliebige Verhältnisse zwischen gaußförmigen Pump- und Resonatormoden erweitert. Damit lassen sich die Gleichungen allerdings nicht mehr analytisch, sondern nur noch numerisch lösen. Eine weiter verallgemeinerte Formulierung, die beliebige transversale Verteilungen von Pump- und Resonatorstrahlungsfeld einschließt, wurde in [29] veröffentlicht. Auch hier lassen sich die Gleichungen nur noch numerisch lösen. Beide Modelle gehen darüber hinaus von einem einzigen Durchgang der Pumpstrahlung durch das laseraktive Medium aus, sind also ebenfalls für die Beschreibung eines Scheibenlasers ungeeignet.

Allen bisher veröffentlichten Modellen sowie dem im Folgenden beschriebenen nulldimensionalen Modell ist gemein, dass innerhalb des laseraktiven Mediums eine konstante Temperatur und damit konstante Absorptions- und Emissionswirkungsquerschnitte angenommen werden. Eine räumliche Verteilung dieser Größen kann sinnvoll nur in einem numerischen Modell berücksichtigt werden. Da die Temperatur insbesondere bei Quasi-Drei-Niveau-Materialien einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die

laserrelevanten Größen hat, ist für genaue Berechnungen die Verwendung eines numerischen Modells unerlässlich. Auf einen Vergleich zwischen den Ergebnissen des einfachen analytischen Modells und des umfassenderen numerischen Modells wird in Kap. 6 und 8.1 näher eingegangen.

### 3 Analytisches Modell des Scheibenlasers

Das einfachste Modell des Scheibenlasers ist das „nulldimensionale“ Modell [23], das von einem homogenen Zustand aller laserrelevanten Größen innerhalb des laseraktiven Mediums ausgeht.

Die allgemeinen Bilanzgleichungen können hier unter zusätzlichen Annahmen weiter vereinfacht werden. Die erste Annahme ist, dass das laseraktive Medium eine geringe Verstärkung pro Durchgang des Resonatorstrahlungsfeldes besitzt. Diese Annahme ist beim Scheibenlaser aufgrund der geringen Dicke der Scheibe im Allgemeinen gut erfüllt. Damit kann die Verstärkung bei der Berechnung der effektiven resonatorinternen Leistungsdichte vernachlässigt werden und es gilt

$$E_{r,eff} \approx M_r E_r. \quad (3.1)$$

Zusätzlich sind meist auch die resonatorinternen Verluste und der Auskoppelgrad gering ( $L_{int}, T_{oc} < 0,1$ ), so dass der Logarithmus genähert werden kann:

$$-\ln(1 - L_{int}) - \ln(1 - T_{oc}) \approx L_{int} + T_{oc}. \quad (3.2)$$

Da eine in transversaler Richtung konstante Leistungsdichte angenommen wird, kann eine Integration über die Querschnittsfläche  $A_{K_r}$  entfallen und die allgemeine Resonatorbedingung Gl. 2.21 lässt sich vereinfachen zu

$$E_r(L_{int} + T_{oc}) = (N_2 (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}) - N_{dot} \sigma_{abs,l}) M_r E_r d_{K_r}. \quad (3.3)$$

Weiterhin bietet es sich an, die effektive Pumpleistungsdichte  $E_{p,eff}$  aus dem Produkt aus einfallender Pumpleistungsdichte  $E_p$  und Absorptionsgrad  $\eta_{abs}$  zu berechnen. Die effektive Pumpleistungsdichte ist dabei definiert durch den im nulldimensionalen Modell geltenden Zusammenhang

$$E_{p,eff} \alpha d_{K_r} = E_p (1 - \exp(-M_p \alpha d_{K_r})) \quad (3.4)$$

und es folgt damit

$$E_{p,eff} = E_p \frac{\eta_{abs}}{\alpha d_{K_r}}. \quad (3.5)$$

Die Absorptionseffizienz ist dabei gegeben durch

$$\eta_{abs} = 1 - \exp(-M_p \alpha d_{K_r}) = 1 - \exp(-M_p \sigma_{abs,p} f_B N_{dot} d_{K_r}). \quad (3.6)$$

Der Faktor  $f_B$  gibt das so genannte „Ausbleichen“ der Absorption aufgrund der Besetzung des oberen Niveaus wieder:

$$f_B = 1 - \frac{\sigma_{abs,p} + \sigma_{em,p}}{\sigma_{abs,p}} \frac{N_2}{N_{dot}}. \quad (3.7)$$

Mit Gl. 3.4 lässt sich die Ratengleichung (2.9) für die Besetzungsdichte des oberen Niveaus nun umformen zu

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{E_p}{h\nu_p} \frac{\eta_{abs}}{d_{Kr}} - \frac{N_2}{\tau_f} - M_r \frac{E_r}{h\nu_l} (N_2 (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}) - N_{dot} \sigma_{abs,l}). \quad (3.8)$$

Es wird hier sowohl für die Pump- als auch die Laserstrahlung von einer inkohärenten Überlagerung der hin- und rücklaufenden Strahlungsfelder ausgegangen. Tatsächlich bildet sich durch die Randbedingung, dass das transversale elektrische Feld am HR-Spiegel des Laserkristalls verschwindet, ein komplexes Stehwellenmuster sowohl für die Pump- als auch die Laserstrahlung innerhalb des Kristalls aus. Genauere Rechnungen zeigen jedoch, dass das Überlappintegral zwischen beiden Feldern dem einer kontinuierlichen Verteilung entspricht, so dass diese Näherung hier gerechtfertigt ist. Eine Einschränkung ergibt sich für den Laser im longitudinalen Einfrequenz-Betrieb. In diesem Fall führt das Stehwellenfeld der Laserstrahlung durch Sättigungseffekte zu einer starken Variation der lokal extrahierten Leistung. Bei diesem auch als „spatial hole-burning“ bezeichneten Phänomen spielt zusätzlich die Energiemigration zwischen den angeregten Yb-Ionen eine wichtige Rolle [30], die die zu erwartende Einbuße im Wirkungsgrad begrenzt [31]. Genaue Berechnungen für den Einfrequenz-Betrieb sind durch die bisher ungenügende Kenntnis der quantitativen Größe der Energiemigration schwierig. Im longitudinalen Mehrfrequenz-Betrieb tritt dagegen das „spatial hole-burning“-Phänomen nicht auf, da sich hier die Leistungsverteilung zwischen den longitudinalen Moden so einstellt, dass die im laseraktiven Medium deponierte Energie gleichmäßig abgerufen wird. In diesem Fall gelten die Gleichungen des analytischen Modells in guter Näherung.

### 3.1 Wirkungsgrad und Laserschwelle

Aus der Resonatorbedingung (3.3) für das Gleichgewicht zwischen Verstärkung und Verlusten erhält man die für einen Dauerstrich-Betrieb des Lasers notwendige Besetzungsdichte des oberen Niveaus, d.h. die Besetzungsdichte an der Laserschwelle:

$$N_{2,s} = N_{dot} \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}} + \frac{L_{int} + T_{oc}}{M_r d_{Kr} (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l})}. \quad (3.9)$$

Gleichzeitig erhält man aus der Ratengleichung (3.8) für die Besetzungsdichte des oberen Niveaus im stationären Fall

$$N_2 = \frac{\frac{E_p}{h\nu_p} \frac{\eta_{abs}}{d_{Kr}} + M_r \frac{E_r}{h\nu_l} \sigma_{abs,l} N_{dot}}{M_r \frac{E_r}{h\nu_l} (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}) + \frac{1}{\tau_f}}. \quad (3.10)$$

Aus der Kombination von Gl. 3.9 mit Gl. 3.10 lässt sich nun die resonatorinterne Leistungsdichte in Abhängigkeit von der Pumpleistungsdichte berechnen:

$$E_r = \frac{1}{L_{int} + T_{oc}} \eta_{St} \eta_{abs} (E_p - E_{p,s}), \quad (3.11)$$

wobei

$$\eta_{St} = \frac{\nu_l}{\nu_p} \quad (3.12)$$

den Stokes-Wirkungsgrad bezeichnet, der durch die Energiedifferenz zwischen Pump- und Laserphoton bestimmt wird.  $E_{p,s}$  bezeichnet die Pumpleistungsdichte an der Laserschwelle, die gegeben ist durch

$$\begin{aligned} E_{p,s} &= \frac{h\nu_p}{\tau_f \eta_{abs}} d_{Kr} N_{2,s} \\ &= \underbrace{\frac{h\nu_p}{\tau_f \eta_{abs}} \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}} N_{dot} d_{Kr}}_{\text{Transparenzschwelle}} + \underbrace{\frac{h\nu_p}{\tau_f \eta_{abs}} \frac{L_{int} + T_{oc}}{M_r (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l})}}_{\text{Resonatorschwelle}}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Sie wird durch zwei Terme bestimmt: Der erste Term enthält die Besetzungsdichte  $N_{2,t}$  des oberen Niveaus, bei der das laseraktive Medium für die Laserwellenlänge transparent wird mit

$$N_{2,t} = \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}} N_{dot} \quad (3.14)$$

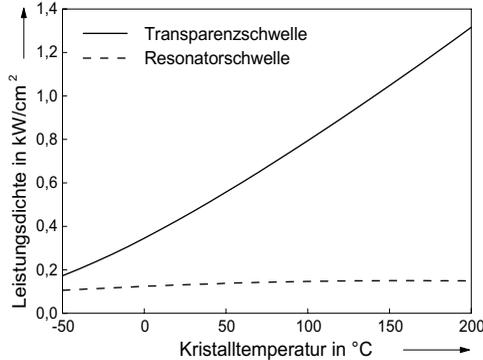
und gibt somit die so genannte „Transparenzschwelle“ wieder. Sie tritt nur für Drei-Niveau- und Quasi-Drei-Niveau-Systeme auf, für die  $\sigma_{abs,l} > 0$  gilt. Der zweite Term kann als Resonatorschwelle oder auch als „Vier-Niveau-Schwelle“ bezeichnet werden, da er bei Vier-Niveau-Systemen allein die Laserschwelle bestimmt. Er gibt die Bedingung wieder, dass sich Verstärkung und Verluste innerhalb eines Resonatorumlaufs im Gleichgewicht befinden müssen. Abb. 3.1 zeigt für einen Yb:YAG-Scheibenlaser mit typischen Betriebsparametern (s. Tab. 7.1) die Transparenz- im Vergleich zur Resonator-Schwelumpumpleistungsdichte in Abhängigkeit von der Kristalltemperatur. Man sieht, dass die Transparenzschwelle stark von der Temperatur abhängt und bei üblichen Betriebstemperaturen größer ist als die Resonatorschwelle. Bei einer typischen Kristalltemperatur von 120 °C beträgt sie etwa das Sechsfache der Resonatorschwelle und bestimmt somit maßgeblich die Laserschwelle.

Die Ausgangsleistung des Lasers  $P_l$  in Abhängigkeit von der Pumpleistung  $P_p$  ergibt sich schließlich durch Berücksichtigung des Auskoppelgrades und der gepumpten Querschnittsfläche  $A_p$ :

$$P_l = \frac{T_{oc}}{L_{int} + T_{oc}} \eta_{St} \eta_{abs} (P_p - A_p E_{p,s}). \quad (3.15)$$

Der optisch-optische Wirkungsgrad

$$\eta_{opt} = \frac{P_l}{P_p} = \frac{T_{oc}}{L_{int} + T_{oc}} \eta_{St} \eta_{abs} \left( 1 - \frac{A_p E_{p,s}}{P_p} \right) \quad (3.16)$$



**Abbildung 3.1:** Temperaturabhängigkeit der Transparenz- und Resonator-Schwelleleistungsdichte eines Yb:YAG-Scheibenlasers

des Lasers wird also zum einen durch den differentiellen Wirkungsgrad

$$\eta_{diff} = \frac{dP_l}{dP_p} = \frac{T_{oc}}{L_{int} + T_{oc}} \eta_{St} \eta_{abs} \quad (3.17)$$

und zum anderen durch die Laserschwelle

$$P_{p,s} = A_p E_{p,s} \quad (3.18)$$

bestimmt. Zum differentiellen Wirkungsgrad tragen neben dem durch das laseraktive Medium weitgehend festgelegten Stokes-Wirkungsgrad sowohl der auch als Resonatorwirkungsgrad  $\eta_r$  bezeichnete Term

$$\eta_r = \frac{T_{oc}}{L_{int} + T_{oc}} \quad (3.19)$$

als auch die Absorptionseffizienz  $\eta_{abs}$  bei. Beim Yb:YAG-Scheibenlaser liegen der optimale Auskoppelgrad  $T_{oc}$  typischerweise bei  $T_{oc} = 2\%$  und die resonatorinternen Verluste bei  $L_{int} = 0,1\%$ . Damit beträgt der Resonatorwirkungsgrad  $\eta_r = 95\%$ . Wesentliche Verbesserungen des Wirkungsgrades durch geringere resonatorinterne Verluste und damit einen höheren Resonatorwirkungsgrad können also nicht erzielt werden. Den größten Einfluss auf den differentiellen Wirkungsgrad hat daher die Absorptionseffizienz, die sowohl durch eine größere Kristalldicke als auch durch eine größere Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen erhöht werden kann (s. Gl. 3.6).

Die Pumpleistung an der Laserschwelle ist durch das Produkt aus gepumpter Fläche und Schwelleleistungsdichte gegeben (s. Gl. 3.18). Eine kleine gepumpte Fläche und damit eine hohe Pumpleistungsdichte wirkt sich also, unabhängig vom laseraktiven Medium, positiv auf den Wirkungsgrad aus. Dies gilt umso mehr, je höher die Schwelleleistungsdichte ist. Eine Grenze für die verwendbare Pumpleistungsdichte wird beim Scheibenlaser u.a. durch die thermo-mechanischen Eigenschaften des

Laserkristalls und durch die Belastbarkeit der Kristallkontaktierung gesetzt. Die im Laserkristall aufgrund des Stokes-Wirkungsgrades und eventueller weiterer Verlustprozesse deponierte Wärmeleistung induziert thermo-mechanische Spannungen, die mit der Pumpleistungsdichte ansteigen und zu einem Versagen des Kristalls führen können. Eine weiterführende Diskussion zur maximalen Pumpleistungsdichte findet sich in Kapitel 8.2.

Die Schwellpumpleistungsdichte wird, wie schon anhand von Gl. 3.13 diskutiert wurde, durch zwei Terme bestimmt, die zum einen die Transparenzschwelle und zum anderen die Resonatorschwelle enthalten. Die Transparenzschwelle wird neben dem Absorptionswirkungsquerschnitt auf der Laserwellenlänge  $\sigma_{abs,l}$ , der durch das Material vorgegeben ist und nur gegebenenfalls über eine geringere Kristalltemperatur vermindert werden kann, vor allem durch die Dotierungskonzentration und die Kristalldicke bestimmt. Hier zeigt sich das Dilemma herkömmlicher Pumpkonzepte für das Endpumpen von Quasi-Drei-Niveau-Systemen: Bei gegebener Dotierungskonzentration legt die Kristalldicke sowohl die Absorptionseffizienz fest, die im Sinne eines hohen differentiellen Wirkungsgrades möglichst groß sein sollte, als auch die Laserschwelle, die mit steigender Kristalldicke zunimmt. Das Scheibenlaser-Konzept mit mehreren Pumpstrahlungsdurchgängen durch den Kristall hat hier den wesentlichen Vorteil, dass es die Absorptionseffizienz von der Kristalldicke entkoppelt, indem es mit einer erhöhten Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen sowohl eine Erhöhung der Absorptionseffizienz als auch eine Verringerung der Kristalldicke und damit eine Verringerung der Laserschwelle erlaubt.

## 3.2 Kleinsignalverstärkung und Sättigungsleistungsdichte

Zur Berechnung der transversalen Modenverteilung eines Resonators oder bei Verwendung der Scheibe als Verstärker ist es notwendig, die Verstärkung in Abhängigkeit von der resonatorinternen Leistungsdichte zu kennen. Aus der Gleichung 3.10 für die Besetzungsdichte des oberen Niveaus erhält man für den Verstärkungskoeffizienten

$$\begin{aligned}
 g(E_r) &= N_2 \sigma_{em,l} - N_1 \sigma_{abs,l} \\
 &= \frac{E_p \eta_{abs}}{h\nu_p d_{Kr}} + M_r \frac{E_r}{h\nu_l} \sigma_{abs,l} N_{dot} (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}) - N_{dot} \sigma_{abs,l}.
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Hierbei handelt es sich um eine transzendente Gleichung, die nicht geschlossen lösbar ist, da der Absorptionsgrad  $\eta_{abs}$  über den Ausbleichfaktor  $f_B$  wiederum die Besetzungsdichte des oberen Niveaus enthält. Eine analytische Lösung enthält man nur durch die Einführung von Näherungen. Vernachlässigt man die Abnahme der Absorption mit steigender Besetzungsdichte des oberen Multipletts, so lässt sich der

Verstärkungskoeffizient auch schreiben als

$$g(E_r) = \frac{g_0}{1 + \frac{M_r E_r}{E_s}} \quad (3.21)$$

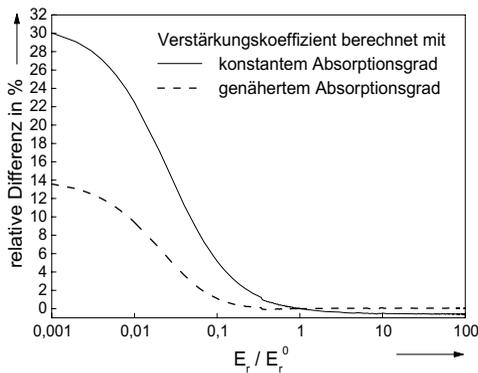
mit dem Koeffizienten der Kleinsignalverstärkung

$$g_0 = \frac{E_p}{h\nu_p} \frac{\eta_{abs}}{d_{Kr}} \tau_f (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}) - N_{dot} \sigma_{abs,l} \quad (3.22)$$

und der Sättigungsleistungsdichte, in der Literatur auch meist als Sättigungsintensität bezeichnet,

$$E_s = \frac{h\nu_l}{\tau_f (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l})}. \quad (3.23)$$

Einen genaueren Wert für den Koeffizienten der Kleinsignalverstärkung und die Sättigungsleistungsdichte erhält man, wenn man einen linearen Zusammenhang zwischen der Absorption und der Besetzungsdichte annimmt (s. Kap. A.1). In Abb. 3.2 ist der relative Fehler dargestellt, der sich bei der Berechnung des Verstärkungskoeffizienten mit den beiden Näherungen einer konstanten Absorption bzw. einer linear von der Besetzungsdichte abhängigen Absorption ergibt. Dabei wurde ein typischer Parametersatz (s. Tab. 7.1) für den Yb:YAG-Scheibenlaser gewählt.  $E_r^0$  bezeichnet die resonatorinterne Leistungsdichte im stationären Betrieb mit optimalen Betriebsparametern, für die jeweils  $g_0$  und  $E_s$  berechnet wurden. Man erkennt, dass beide Näherungen für  $E_r \gtrsim 0,5 E_r^0$  hinreichend gut sind, bei kleinen resonatorinternen Leistungsdichten aber der relative Fehler bis auf einige zehn Prozent anwächst. Der mit den beiden Näherungen bestimmte Koeffizient der Kleinsignalverstärkung ist also gut geeignet,



**Abbildung 3.2:** Relative Differenz zwischen berechnetem Verstärkungskoeffizienten und tatsächlichem Wert in Abhängigkeit von der resonatorinternen Leistungsdichte für verschiedene Näherungen

um die Verstärkung bei kleinen Abweichungen der resonatorinternen Leistungsdichte von einem Ausgangswert aus zu berechnen. In allen anderen Fällen muss das „Ausbleichen“ der Absorption genauer berücksichtigt und die Gleichung 3.20 numerisch gelöst werden.

### 3.3 Optimaler Auskoppelgrad

Differenziert man Gl. 3.16 nach Einsetzen von Gl. 3.13 nach dem Auskoppelgrad, so erhält man durch Bestimmung der Nullstelle den optimalen Auskoppelgrad:

$$T_{oc,opt} = \sqrt{L_{int} M_r \left( \frac{E_p}{h\nu_p} \eta_{abs} \tau_f (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}) - N_{dot} \sigma_{abs,l} d_{Kr} \right)} - L_{int}. \quad (3.24)$$

Mit dem Koeffizienten der Kleinsignalverstärkung (Gl. 3.22) erhält man die bekannte Form [32]

$$T_{oc,opt} = \sqrt{L_{int} M_r g_0 d_{Kr}} - L_{int}. \quad (3.25)$$

### 3.4 Extrahierbare Energiedichte

Die maximale extrahierbare Energie aus einem Scheibenlaser ist eine wichtige Kenngröße für gepulste Systeme oder den Betrieb der Scheibe als Verstärker. Die maximale gespeicherte Anregungsenergie ergibt sich aus der Berechnung der Besetzungsdichte des oberen Multipletts ohne Resonator, d.h. ohne resonatorinterne Leistung. Die davon in Form von Laserstrahlung extrahierbare Energie ergibt sich, wenn man berücksichtigt, dass nur oberhalb der Transparenzschwelle Verstärkung stattfindet. Insgesamt erhält man daraus für die maximale gespeicherte, extrahierbare Energiedichte  $H_{max}$  die Gleichung

$$H_{max} = \left( N_2 - N_{dot} \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}} \right) h\nu_l \cdot d_{Kr} \quad (3.26)$$

$$= \left( \frac{E_p}{h\nu_p} \eta_{abs} \tau_f - N_{dot} \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}} \right) h\nu_l \cdot d_{Kr} \quad (3.27)$$

$$= \frac{g_0}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}} h\nu_l \cdot d_{Kr}. \quad (3.28)$$

### 3.5 Kristalltemperatur

Im nulldimensionalen Modell ergibt sich die mittlere Kristalltemperatur durch Lösen der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung mit einem Wärmefluss lediglich in axialer Richtung. Die aus dem Kristall abzuführende Flächenleistungsdichte der Wärme,

$\dot{q}_A$ , setzt sich, unter Voraussetzung einer idealen Quanteneffizienz, zusammen aus der Energiedifferenz zwischen absorbierten Pumpphotonen und emittierten Laser- und Fluoreszenzphotonen:

$$\dot{q}_A = (E_p - E_{p,s}) \eta_{abs} \left(1 - \frac{\lambda_p}{\lambda_l}\right) + E_{p,s} \eta_{abs} \left(1 - \frac{\lambda_p}{\lambda_f}\right). \quad (3.29)$$

Durch die homogene Wärmeezeugung im Kristall stellt sich ein in axialer Richtung parabolischer Temperaturverlauf ein. Berücksichtigt man den integrierten Wärmewiderstand  $R_{th}$  von Kristallbeschichtung und Kühlsystem, so ergibt sich bei einer Kühltemperatur  $T_K$  eine mittlere Kristalltemperatur  $\bar{T}_{Kr}$  von

$$\bar{T}_{Kr} = T_K + \dot{q}_A R_{th} + \frac{1}{3} \dot{q}_A \frac{d_{Kr}}{\lambda_{th}}, \quad (3.30)$$

wobei  $\lambda_{th}$  die Wärmeleitfähigkeit des Kristalls bezeichnet. Bei gleicher Flächenleistungsdichte der Wärme nimmt also die mittlere Kristalltemperatur linear mit der Kristalldicke zu.

## 3.6 Optimale Auslegungsparameter

Aus dem analytischen Modell lassen sich in erster Näherung bereits optimale Auslegungsparameter des Scheibenlasers bestimmen, wie z.B. die optimale Kristalldicke und der damit verbundene maximale Wirkungsgrad in Abhängigkeit von verschiedenen Randbedingungen (s.a. [23]). Um zu einer analytischen Lösung für die optimalen Betriebsparameter zu gelangen, wird hier von einer festen Kristalltemperatur ausgegangen. Dies entspricht im Allgemeinen nicht den Randbedingungen eines realen Systems, bei dem die Kühltemperatur vorgegeben ist und die Kristalltemperatur von der Kristalldicke und der absorbierten Pumpleistungsdichte abhängt. Die so erhaltenen Lösungen sind jedoch dazu geeignet, den prinzipiellen Zusammenhang zwischen den einzelnen Betriebsparametern aufzuzeigen und zu verdeutlichen.

Die optimalen Parameter ergeben sich aus der Maximierung des optischen Wirkungsgrades bezüglich der Kristalldicke. Man erhält das Maximum aus der Nullstelle der ersten Ableitung des optischen Wirkungsgrades (Gl. 3.16) nach der Kristalldicke:

$$\left(1 - \frac{E_{p,s}}{E_p}\right) \frac{d\eta_{abs}}{dd_{Kr}} = \frac{\eta_{abs}}{E_p} \frac{dE_{p,s}}{dd_{Kr}}. \quad (3.31)$$

Im Falle einer optimalen Kristalldicke halten sich also die Zunahme des Absorptionsgrades mit der Kristalldicke und die Zunahme der Schwellpumpleistungsdichte die Waage. Durch Einsetzen der Gleichungen 3.6 und 3.13 für  $\eta_{abs}$  und  $E_{p,s}$  erhält man zunächst für den optimalen Absorptionsgrad das Ergebnis

$$\eta_{abs,opt} = 1 - \frac{\frac{h\nu_p}{\tau_f} \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}}}{M_p E_p \left( \sigma_{abs,p} - \frac{\sigma_{abs,p} + \sigma_{em,p}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}} \sigma_{abs,l} \right)}. \quad (3.32)$$

Dies lässt sich durch Einführen der effektiven Transparenzpumpleistungsdichte  $E_{t,eff}$  weiter vereinfachen. Die effektive Transparenzpumpleistungsdichte ist die sich durch Überlagerung hin- und rücklaufender Wellen ergebende effektive Pumpleistungsdichte, die notwendig ist, um das laseraktive Medium bis zur Transparenzschwelle zu pumpen. Sie ist gegeben durch

$$E_{t,eff} = \frac{h\nu_p}{\tau_f} \cdot \frac{1}{\sigma_{abs,p} f_{B,trans}} \cdot \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}} \quad (3.33)$$

mit dem Ausbleichfaktor an der Transparenzschwelle

$$f_{B,trans} = 1 - \frac{\sigma_{abs,p} + \sigma_{em,p}}{\sigma_{abs,p}} \cdot \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}}. \quad (3.34)$$

Damit lässt sich  $E_{t,eff}$  auch alternativ schreiben als

$$E_{t,eff} = \frac{h\nu_p}{\tau_f} \cdot \frac{f_{abs,l}}{\sigma_{abs,p} (1 - f_{abs,l} f_{em,p})}, \quad (3.35)$$

wobei die Faktoren  $f_{abs,l}$  und  $f_{em,p}$  ein Maß für die Reabsorption bei der Laserwellenlänge bzw. Emission bei der Pumpwellenlänge sind:

$$f_{abs,l} = \frac{\sigma_{abs,l}}{\sigma_{em,l}}, \quad f_{em,p} = \frac{\sigma_{em,p}}{\sigma_{abs,p}}. \quad (3.36)$$

Unter Verwendung von  $E_{t,eff}$  lautet die Gleichung für den optimalen Absorptionsgrad

$$\eta_{abs,opt} = 1 - \frac{E_{t,eff}}{M_p E_p}. \quad (3.37)$$

Die optimale Kristalldicke erhält man durch Auflösen der Gleichung 3.6 für den Absorptionsgrad nach der Kristalldicke:

$$d_{Kr,opt} = \frac{1}{N_{dot}} \left[ \frac{\ln \frac{M_p E_p}{E_{t,eff}}}{M_p \sigma_{abs,p} f_{B,trans}} + \frac{L_{int} + T_{oc,opt}}{M_r (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l})} \cdot \frac{1 + f_{em,p}}{f_{B,trans}} \right]. \quad (3.38)$$

Die optimale Schwellpumpleistungsdichte ergibt sich aus der Gleichung 3.13 durch Einsetzen der optimierten Größen  $\eta_{abs,opt}$  und  $d_{Kr,opt}$ :

$$E_{p,s,opt} = \frac{\ln \frac{M_p E_p}{E_{t,eff}} \cdot E_p}{\frac{M_p E_p}{E_{t,eff}} - 1} + \frac{h\nu_p}{\tau_f} \cdot \frac{L_{int} + T_{oc,opt}}{M_r \left( 1 - \frac{E_{t,eff}}{M_p E_p} \right) \sigma_{em,l} (1 - f_{abs,l} f_{em,p})}. \quad (3.39)$$

Den optimalen Auskoppelgrad  $T_{oc,opt}$  erhält man schließlich aus der Nullstelle der ersten Ableitung des optischen Wirkungsgrades (Gl. 3.16) nach dem Auskoppelgrad. Dazu werden die optimierten Größen  $\eta_{abs,opt}$  und  $E_{p,s,opt}$  eingesetzt. Als Ergebnis erhält man

$$T_{oc,opt} = \sqrt{L_{int} M_r \sigma_{em,l} (1 - f_{abs,l} f_{em,p}) \frac{E_p \tau_f}{h\nu_p} \left( 1 - \frac{E_{t,eff}}{M_p E_p} \left( 1 + \ln \frac{M_p E_p}{E_{t,eff}} \right) \right)} - L_{int}. \quad (3.40)$$

Den maximalen optischen Wirkungsgrad erhält man unter Verwendung aller optimierten Größen

$$\eta_{opt,max} = \frac{T_{oc,opt}}{L_{int} + T_{oc,opt}} \eta_{St} \eta_{abs,opt} \left( 1 - \frac{E_{p,s,opt}}{E_p} \right). \quad (3.41)$$

Auf einen Vergleich zwischen den anhand dieses einfachen analytischen Modells gewonnenen optimalen Parametern und den Ergebnissen des im Folgenden beschriebenen genaueren numerischen Modells wird in Kap. 7.3 eingegangen

## 4 Numerisches Modell des Scheibenlasers

Das bisher behandelte analytische Modell geht von einer homogenen Verteilung aller den Laserprozess bestimmenden Größen aus. Tatsächlich haben jedoch die Temperaturverteilung und die Verteilung der Pumpleistung einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf den Laserbetrieb. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher ein Computerprogramm entwickelt, das den Dauerstrich-Betrieb eines Scheibenlasers unter Berücksichtigung dieser Größen möglichst genau modellieren kann. Dies schließt als Spezialfall den Betrieb ohne Resonator ein, um etwa die maximal erreichbare Verstärkung im gepulsten Betrieb zu berechnen. Dieses Programm berechnet im Wesentlichen drei den Betriebszustand kennzeichnende Größen: die Verteilung der absorbierten Pumpstrahlung im Kristall, das Temperaturprofil innerhalb des Kristalls sowie die Besetzung der am Laserprozess beteiligten Energieniveaus des laseraktiven Materials, woraus sich letztendlich die Ausgangsleistung und der Wirkungsgrad ergeben.

Für verschiedene laseraktive Materialien sind diese drei Größen in unterschiedlichem Maße miteinander gekoppelt. Bei Vier-Niveau-Systemen wird das Temperaturprofil im Kristall durch die Verteilung der absorbierten Pumpleistung und der damit verbundenen Wärmeerzeugung im Kristall bestimmt. Die Besetzung der Energieniveaus wird für eine gegebene Resonatorconfiguration ebenfalls durch die Verteilung der Anregungsenergie vorgegeben. Die Temperatur hat hier im Allgemeinen einen vernachlässigbaren Einfluss. Da die Laserschwelle - und damit die Besetzung des oberen Laserniveaus - bei Vier-Niveau-Systemen meist gering ist, ist auch die Rückwirkung der Besetzungsdichteverteilung auf den Absorptionsprozess gering. Hier kann also unabhängig vom Betriebszustand des Lasers zunächst die Absorption berechnet werden und anschließend sowohl die Temperaturverteilung als auch die Ausgangsleistung des Lasers.

Bei Quasi-Drei-Niveau-Systemen sind die einzelnen Größen stärker miteinander gekoppelt. Wegen der zusätzlich zur Resonatorschwelle auftretenden Transparenzschwelle ist hier im Laserbetrieb die Besetzung des oberen Multipletts größer und damit die Besetzung des unteren Pumpniveaus geringer, was zu einem „Ausbleichen“ der Absorption führt. Meist ist zusätzlich der Absorptionswirkungsquerschnitt sowohl von der absoluten Größe als auch von der spektralen Verteilung her stark temperaturabhängig, so dass die Temperaturverteilung die räumliche Variation der Absorption im Kristall beeinflusst. Wegen der geringen Energiedifferenz zwischen Grundzustand und unterem Laserniveau hängt die Laserschwelle und damit die Besetzungsdichteverteilung der Energieniveaus ebenfalls von der Temperatur ab. Bei Quasi-Drei-Niveau-Systemen ist es damit erforderlich, jede der drei Größen unter Berücksichtigung der beiden anderen zu berechnen. Im numerischen Modell wird das dadurch gelöst, dass zunächst die Absorptionsverteilung, aus dieser die Temperaturverteilung und mit diesen beiden Größen die Besetzungsdichteverteilung berechnet wird. Anschließend wird unter

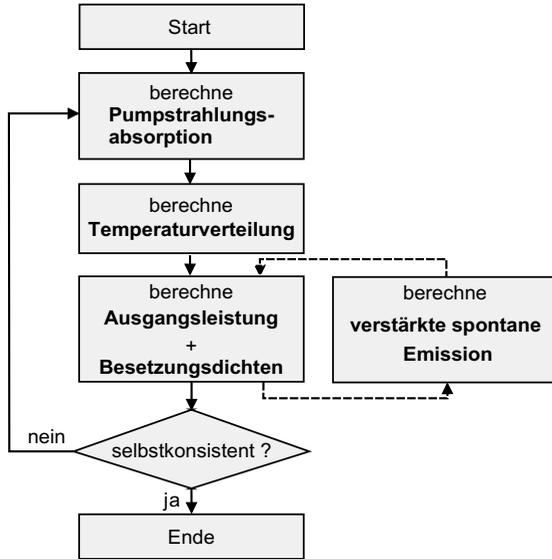


Abbildung 4.1: Flussdiagramm des numerischen Modells

Berücksichtigung von Temperatur und Besetzung der Laserniveaus die Absorption erneut berechnet, woran sich wiederum die Berechnung der anderen beiden Größen anschließt. In Abb. 4.1 ist dieser Ablauf in einem Flussdiagramm schematisch dargestellt. Die Rechnung wird solange iteriert, bis ein selbstkonsistentes Ergebnis erreicht wird, die Größen sich also bei erneuter Berechnung nicht mehr wesentlich ändern.

Tritt eine große Verstärkung in radialer Richtung in der Scheibe auf, was für Scheibenlaser hoher Ausgangsleistung mit großen gepumpten Durchmessern oder im gepulsten Betrieb ohne Auskopplung der Fall ist, so tritt verstärkte spontane Emission als ein den Wirkungsgrad bzw. die erreichbare Verstärkung limitierendes Phänomen in Erscheinung. In diesen Fällen schließt sich an die Berechnung der Ausgangsleistung bzw. der Verstärkung die Berechnung der verstärkten spontanen Emission an. Da diese Eingang in die Ratengleichungen für den Laserbetrieb findet, wird anschließend die Berechnung der Ausgangsleistung bzw. der Besetzungsdichten wiederholt.

Neben diesem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Computerprogramm wird ein kommerzielles Finite-Elemente-Programm verwendet, um die im System auftretenden Spannungen und Deformationen zu berechnen. Aus diesen wird wiederum die „thermische Linse“ des Laserkristalls mit den sich daraus ergebenden Beugungs- und Depolarisationsverlusten für den Lasermode ermittelt.

Im Folgenden wird nun die Berechnung der einzelnen Größen näher dargestellt.

## 4.1 Berechnung der Pumpstrahlungsabsorption

Für die Berechnung der Verteilung der absorbierten Pumpstrahlung im Kristall wird ein geometrisches „Raytracing“-Verfahren mit „Monte-Carlo“ Simulationen verknüpft. Geometrisches „Raytracing“ bedeutet, dass die Ausbreitung der Pumpstrahlung nach den Gesetzen der geometrischen Strahlenoptik beschrieben wird und so der Verlauf einzelner Strahlwege, die von der Pumpstrahlungsquelle ausgehen, durch das optische System aus Kristall und Pumpoptik verfolgt wird. Die Beschreibung mittels geometrischer Strahlenoptik ist geeignet, sofern es sich bei der Pumpstrahlungsquelle um eine räumlich inkohärente Strahlquelle handelt, für die wellenoptische Phänomene vernachlässigt werden können. Diodenlaserbarren oder -stapel, die aus einer Vielzahl einzelner Emittierer ein breitbandiges Gemisch aus Transversalmoden hoher Ordnungen emittieren und die für die Anregung des Scheibenlasers bevorzugt verwendet werden, erfüllen diese Voraussetzung.

Unter „Monte-Carlo“ Simulationen versteht man Rechenverfahren, die nicht deterministisch ablaufen, sondern in denen der Rechenverlauf stochastisch gesteuert wird. Es werden einzelne Elementarrechnungen durchgeführt, deren Ergebnis teilweise durch Zufallszahlen bestimmt wird. Die Summe der Ergebnisse nähert sich mit steigender Zahl der durchgeführten Rechnungen der tatsächlichen Lösung des Gesamtproblems an. Angewandt auf das Raytracing bedeutet das, dass beispielsweise die Strahlwege, die ausgehend von der Pumpstrahlungsquelle verfolgt werden, nicht durch ein festes Gitter vorgegeben werden, sondern Startposition und -richtung jedes einzelnen Strahlwegs per Zufallszahlen bestimmt werden. Ebenso wird die Absorption im Kristall oder an Komponenten der Pumpoptik über Zufallszahlen gesteuert. Dabei wird die Absorption als ein Elementarereignis betrachtet, dessen Wahrscheinlichkeit gerade dem Absorptionsgrad entspricht. Aufgrund dieser Betrachtung von einzelnen stochastischen Prozessen lässt sich das Monte-Carlo-Raytracing am einfachsten als Verfolgung einzelner Pumpstrahlungsphotonen beschreiben.

Die Ausbreitung der Photonen wird von der Strahlquelle aus durch die gesamte Pumpoptik des Scheibenlasers verfolgt. Dabei werden die Komponenten der Pumpoptik in einer festgelegten Reihenfolge durchlaufen. Die Berechnung der Reflexion und der Brechung an den einzelnen Komponenten erfolgt dabei nach den Gesetzen der geometrischen Strahlenoptik, wie sie beispielsweise in [33] zu finden sind, und soll hier nicht näher ausgeführt werden. Für eine genauere Darstellung sei auf das Kapitel A.2 im Anhang verwiesen.

Im Folgenden wird die Auswahl der Photonen und deren Verfolgung durch das laseraktive Medium näher beschrieben.

### 4.1.1 Pumpstrahlungsquelle

Die Pumpstrahlungsquelle bestimmt sowohl die spektrale als auch die räumliche Verteilung und die Richtungsverteilung der Pumpstrahlung. Die Polarisationsrichtung

der einzelnen Pumpphotonen bleibt unberücksichtigt, da als Strahlquelle entweder Multimode-Fasern eingesetzt werden oder Glasstäbe, in denen die Strahlung aus Diodenstapeln homogenisiert wird. In beiden Fällen wird eine eventuell vorhandene Vorzugsrichtung der Polarisation aufgehoben, so dass man von unpolarisierter Pumpstrahlung ausgehen kann. Gleichzeitig handelt es sich bei dem in dieser Arbeit betrachteten laseraktiven Medium Yb:YAG um ein isotropes Material mit polarisationsunabhängiger Absorption.

#### 4.1.1.1 Spektrale Verteilung der Pumpstrahlung

Als spektrale Verteilung der Pumpphotonen wird entweder eine Gauß-Verteilung angenommen oder das gemessene Spektrum der Pumpstrahlung verwendet. Für eine spektrale Gauß-Verteilung hat die spektrale Dichte  $S_p$  der Pumpstrahlung die Form

$$S_p(\lambda) = 2\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \frac{P_p}{\Delta\lambda_p} \exp\left(-4\ln 2 \left(\frac{\lambda - \lambda_p^0}{\Delta\lambda_p}\right)^2\right), \quad (4.1)$$

wobei  $\lambda_p^0$  die zentrale Wellenlänge des Pumpstrahlungsspektrums und  $\Delta\lambda_p$  dessen volle Halbwertsbreite (FWHM) bezeichnet. Für diese Verteilung wird die Wellenlänge  $\lambda_{Ph}$  des Pumpphotons gemäß [34] über zwei Zufallszahlen  $p_{1,2} \in ]0, 1]$  bestimmt :

$$\lambda_{Ph} = \lambda_p^0 + 0.5\Delta\lambda_p \sqrt{-2\ln(2) \ln(p_1) \cos(2\pi p_2)} \quad (4.2)$$

Für ein zwischen zwei Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  gemessenes Pumpstrahlungsspektrum  $S_p(\lambda)$  wird über die integrierte Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$W(\lambda) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda} S_p(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S_p(\lambda) d\lambda} \quad (4.3)$$

nach Ermitteln einer Zufallszahl  $p \in [0, 1]$  die Wellenlänge  $\lambda_{Ph}$  des Pumpphotons bestimmt durch

$$W(\lambda_{Ph}) = p. \quad (4.4)$$

#### 4.1.1.2 Räumliche Verteilung der Pumpstrahlung

Die numerischen Berechnungen werden ausschließlich für fasergekoppelte Laserdiodenbarren oder für Laserdiodenstapel, deren Strahlung in zylindrischen Glasstäben homogenisiert wird, durchgeführt. Es kann daher von einer Pumpstrahlungsquelle mit einer

über einem kreisförmigen Querschnitt homogen verteilten Strahlungsleistung ausgegangen werden. Die Startpositionen  $\vec{r}_{Ph}$  der Pumpphotonen sind daher gleichverteilt über der Kreisfläche und können über zwei Zufallszahlen  $p_{1,2} \in [0, 1]$  bestimmt werden:

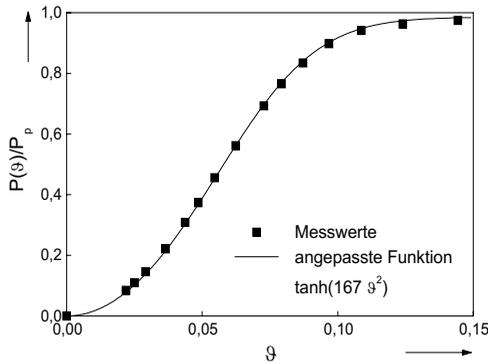
$$\vec{r}_{Ph} = \vec{r}_p + 0,5D_{ps}\sqrt{p_1}(\cos(2\pi p_2)\vec{x}_p + \sin(2\pi p_2)\vec{y}_p). \quad (4.5)$$

Hierbei bezeichnen  $D_{ps}$  den Durchmesser der Strahlquelle,  $\vec{r}_p$  die Position des Mittelpunkts der Strahlquelle und  $\vec{x}_p$  und  $\vec{y}_p$  die Einheitsvektoren, die das lokale Koordinatensystem der Oberfläche der Pumpstrahlungsquelle aufspannen. Besteht die Pumpstrahlungsquelle aus einem Bündel von Fasern, so wird zunächst eine der Fasern per Zufallszahl ermittelt und anschließend die Startposition des Photons auf dessen Oberfläche.

#### 4.1.1.3 Richtungsverteilung der Pumpstrahlung

Die winkelabhängige Strahlungsleistung wurde exemplarisch an einem fasergekoppelten Laserdiodenmodul der Firma Opto Power Corp. gemessen. Diese Dioden liefern eine Nennleistung von 30 W aus einer Faser mit einem Durchmesser von 1,55 mm und einer nominalen numerischen Apertur von 0,11. Die gemessene integrierte Leistung  $P(\theta)$  innerhalb eines Raumwinkelbereichs zwischen Vorwärtsrichtung der Faser und Polarwinkel  $\theta$  ist in Abb. 4.2 dargestellt [35]. Die Funktion  $P(\theta)$  lässt sich wie in Abb. 4.2 dargestellt durch eine Hyperbeltangens-Funktion annähern. Der Polarwinkel  $\theta_{Ph}$ , unter dem das aktuell verfolgte Photon emittiert wird, wird wiederum über eine Zufallszahl  $p \in [0, 1[$  bestimmt durch

$$\frac{P(\theta_{Ph})}{P_p} = p. \quad (4.6)$$



**Abbildung 4.2:** Gemessene Winkelabhängigkeit der integrierten Leistungsverteilung einer 30W-Diode mit angepasster Funktion [35]

Über die Umkehrfunktion der Hyperbelangens-Funktion ergibt sich

$$\theta_{Ph} = \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1+p}{1-p}\right)}{\ln\left(\frac{1+f_p^A}{1-f_p^A}\right)}} \arcsin(A_{ps})^2, \quad (4.7)$$

wobei  $A_{ps}$  die numerische Apertur der Strahlquelle bezeichnet und  $f_p^A$  den Bruchteil der gesamten Pumpleistung angibt, der innerhalb der numerischen Apertur abgegeben wird. Der Azimutalwinkel  $\phi_{Ph}$ , unter dem das Photon emittiert wird, wird über eine Zufallszahl zwischen 0 und  $2\pi$  bestimmt.

### 4.1.2 Absorption im Laserkristall

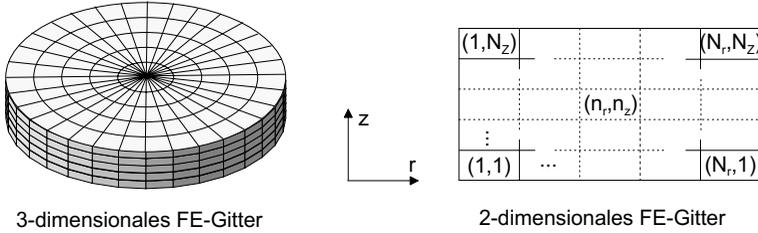
Das wesentliche Ziel der Raytracing-Rechnung ist die Bestimmung der Verteilung der absorbierten Pumpstrahlung im laseraktiven Medium. Zu diesem Zweck wird das Medium durch ein Gitter Finiter Elemente diskretisiert und für jedes Element die Zahl der darin absorbierten Pumpphotonen gezählt. Im Folgenden wird zunächst die Einteilung in Finite Elemente näher beschrieben und anschließend auf die Berechnung der Absorption eingegangen.

#### 4.1.2.1 Diskretisierung in Finite Elemente

Für die in dieser Arbeit betrachteten Rechnungen besteht das laseraktive Medium aus einem Laserkristall in Form einer zylindrischen Scheibe. Die Geometrie des Kristalls ist durch die Dicke  $d_{Kr}$  und den Durchmesser  $D_{Kr}$  gegeben. Im Allgemeinen trifft die Pumpstrahlung nur innerhalb eines begrenzten Bereichs auf den Kristall. Für die Berechnung der Absorption wird daher ein Kristalldurchmesser  $D_{stat} \leq D_{Kr}$  verwendet. In der Raytracing-Rechnung liegt der Mittelpunkt der Kristallrückseite stets im Ursprung des Koordinatensystems, die Normale auf der Kristalloberfläche zeigt in Richtung der  $z$ -Achse. Der Kristall wird in äquidistanten Schritten in radialer Richtung in  $N_r$ , in axialer Richtung in  $N_z$  und in azimuthaler Richtung in  $N_\phi$  Elemente unterteilt. Typische Werte sind  $N_r = 60$ ,  $N_z = 20$  und  $N_\phi = 40$ . Die Maschenweiten sind damit  $h_r = D_{stat}/N_r$ ,  $h_z = d_{Kr}/N_z$  und  $h_\phi = 2\pi/N_\phi$ . In Abb. 4.3 ist das Gitter in der  $(r, z)$ -Ebene mit der Nummerierung der einzelnen Elemente schematisch dargestellt.

#### 4.1.2.2 Berechnung der Absorption

Nach Berechnung des Auftreffpunkts des Photons auf der Oberseite des Kristalls und der Brechung wird das Photon schrittweise durch den Kristall verfolgt unter Berücksichtigung der Absorption. Dabei wird zunächst davon ausgegangen, dass die Ausbreitung des Photons im Kristall im Wesentlichen in axialer Richtung erfolgt. Dies ist



**Abbildung 4.3:** Schematische Darstellung der Einteilung des laseraktiven Mediums in Finite Elemente

dadurch gerechtfertigt, dass der Winkel  $\theta$  zwischen Ausbreitungsrichtung innerhalb des Kristalls und  $z$ -Achse für übliche Pumpanordnungen zwischen  $9^\circ$  und  $24^\circ$  liegt. Gleichzeitig ändern sich aufgrund der Scheibengeometrie und des damit verbundenen axialen Temperaturgradienten die Transmissionseigenschaften hauptsächlich in axialer Richtung.

Zur Berechnung der Absorptionswahrscheinlichkeit wird das Wegintegral des Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  in axialer Richtung, d.h. die optische Dichte  $d_{opt}(n_r, n_z)$  zwischen Kristallunterseite und Finitem Element  $(n_r, n_z)$  benötigt:

$$d_{opt}(n_r, n_z) = \int_0^{n_z \cdot h_z} \alpha(n_r, z) dz. \quad (4.8)$$

Der Absorptionskoeffizient  $\alpha$  setzt sich zusammen aus dem Absorptionskoeffizienten im ungepumpten Zustand  $\alpha_0(\lambda, T)$ , der von der Wellenlänge und der Temperatur abhängt, sowie dem zusätzlich von der Besetzungsdichte im oberen Niveau  $N_2$  abhängigen Ausbleichfaktor  $f_B(\lambda, T, N_2)$ :

$$\alpha(\lambda, T, N_2) = \alpha_0(\lambda, T) \cdot f_B(\lambda, T, N_2). \quad (4.9)$$

Die Berechnung der optischen Dichte ist somit im Allgemeinen recht aufwändig, da sie für jede Wellenlänge in unterschiedlichem Maße von der Temperatur- und Besetzungsdichteverteilung abhängt und daher für jedes Photon neu berechnet werden muss. Um die Berechnung zu vereinfachen und zu beschleunigen, wird daher das Wegintegral in ein Polynom überführt, dessen unabhängige Variable die Wellenlänge des Photons ist und dessen Koeffizienten alleine von der Verteilung von Temperatur und Besetzungsdichte abhängen. Dazu wird die Temperaturverteilung in axialer Richtung  $T(n_r, z)$  an jeder radialen Position  $n_r$  des Gitters durch ein Polynom zweiten Grades angenähert:

$$T(n_r, z) = T_0(n_r) + T_1(n_r)z + T_2(n_r)z^2. \quad (4.10)$$

Da die Verteilung der absorbierten Pumpleistung in axialer Richtung im Allgemeinen recht homogen ist und eine Scheibe mit homogener Wärmeerzeugung und einseitiger Kühlung eine parabelförmige Temperaturverteilung aufweist, ist die hier verwendete Näherung gut zur Beschreibung der tatsächlichen Temperaturverteilung im Kristall

geeignet. Der Ausbleichfaktor  $f_B$  wird ebenfalls durch ein Polynom zweiten Grades genähert:

$$f_B(n_r, z) = f_{B,0}(n_r) + f_{B,1}(n_r)z + f_{B,2}(n_r)z^2. \quad (4.11)$$

Prinzipiell hängt der Ausbleichfaktor über die Absorptions- und Emissionswirkungsquerschnitte von der Wellenlänge ab, die Variation innerhalb der spektralen Breite einer typischen Pumpstrahlungsquelle ist jedoch gering und kann hier in guter Näherung vernachlässigt werden. Der Ausbleichfaktor wird daher für die zentrale Wellenlänge der Pumpstrahlung berechnet.

An die bei verschiedenen Temperaturen gemessenen Absorptionsspektren des laseraktiven Materials (s. Kap. 5.1.2) werden mit einer Schrittweite von typischerweise 0,2 nm für jede Wellenlänge  $\lambda$  Funktionen der Form

$$\alpha_0(\lambda, T) = e^{-c_T T} \sum_{i=0}^2 \alpha_i(\lambda) T^i \quad (4.12)$$

angepasst. Die Konstante  $c_T$  im Exponentialterm ermöglicht es dabei, die gemessenen Absorptionsspektren zu Temperaturen außerhalb des jeweiligen Messbereichs zu extrapolieren und gleichzeitig die Beschränktheit der Funktion zu gewährleisten.

Für die optische Dichte ergibt sich nun die Funktion

$$\begin{aligned} d_{opt}(\lambda, n_r, n_z) &= \int_0^{n_z \cdot h_z} \alpha(\lambda, n_r, z) dz & (4.13) \\ &= \int_0^{n_z \cdot h_z} \alpha_0(\lambda, T(n_r, z)) f_B(n_r, z) dz \\ &= \int_0^{n_z \cdot h_z} e^{-c_T \sum_{j=0}^2 T_j(n_r) z^j} \cdot \sum_{i=0}^2 \alpha_i(\lambda) \left( \sum_{k=0}^2 T_k(n_r) z^k \right)^i \cdot \sum_{l=0}^2 f_{B,l}(n_r) z^l dz \\ &= \sum_{i=0}^2 \alpha_i(\lambda) c_i(n_r, n_z) \end{aligned} \quad (4.14)$$

mit

$$c_i(n_r, n_z) = \int_0^{n_z \cdot h_z} e^{-c_T \sum_{j=0}^2 T_j(n_r) z^j} \cdot \left( \sum_{k=0}^2 T_k(n_r) z^k \right)^i \cdot \sum_{l=0}^2 f_{B,l}(n_r) z^l dz, \quad (4.15)$$

wobei die Koeffizienten  $c_i(n_r, n_z)$  unabhängig von der Wellenlänge sind und vor Beginn der Raytracing-Rechnung aus der Verteilung von Temperatur und Besetzungsdichte berechnet werden können. Die Berechnung der optischen Dichte für ein Photon mit einer gegebenen Wellenlänge reduziert sich dadurch auf drei Multiplikationen mit anschließender Summation, was zu einer deutlichen Beschleunigung der Rechnung führt. Auf die Berechnung der Koeffizienten wird im Anhang (Kap. A.4) näher eingegangen.

Die Wahrscheinlichkeit  $W_{abs}$ , dass das Photon der Wellenlänge  $\lambda$ , dessen Ausbreitungsrichtung einen Winkel  $\theta$  mit der  $z$ -Achse bildet, auf dem Weg zwischen zwei Finiten Elementen  $(n_r, n_z^{(1)})$ ,  $(n_r, n_z^{(2)})$  absorbiert wird, ist nun direkt durch den Transmissionsgrad  $\tau$  gegeben:

$$W_{abs}(\lambda, (n_r, n_z^{(1)}), (n_r, n_z^{(2)})) = 1 - \tau(\lambda, (n_r, n_z^{(1)}), (n_r, n_z^{(2)})) \quad (4.16)$$

mit

$$\tau(\lambda, (n_r, n_z^{(1)}), (n_r, n_z^{(2)})) = \exp \left[ - \frac{|d_{opt}(\lambda, n_r, n_z^{(1)}) - d_{opt}(\lambda, n_r, n_z^{(2)})|}{\cos \theta} \right], \quad (4.17)$$

wobei der Faktor  $1/\cos \theta$  die Verlängerung des Weges gegenüber einer rein axialen Bewegungsrichtung berücksichtigt.

Zur Berechnung der Absorption wird zunächst eine Zufallszahl  $p \in [0, 1]$  mit einer vorab berechneten, über alle möglichen Wege durch den Kristall ermittelten minimalen Transmission  $\tau_{min}$  durch den Kristall verglichen. Ist danach eine Absorption möglich, so wird der Weg durch den Kristall in  $N_S$  Schritte unterteilt ( $N_S = 2$  ist ein typischer Wert) und durch weiteren Vergleich der Zufallszahl mit der Transmission in jedem einzelnen Schritt der genaue Ort der Absorption festgestellt. Absorbierte Photonen werden entsprechend in das Finite-Elemente-Gitter einsortiert. Eine eventuelle Transmission des Pumpphotons durch die HR-Beschichtung des Kristalls mit anschließender Absorption im Kontaktierungsmaterial wird ebenfalls durch Vergleich einer Zufallszahl  $p \in [0, 1]$  mit dem Reflexionsgrad  $\rho_{HR}$  der Beschichtung ermittelt. Für  $p > \rho_{HR}$  wird das Photon als absorbiert in einem entsprechenden Finite-Elemente-Gitter für die Kontaktierung einsortiert.

## 4.2 Berechnung der Temperaturverteilung

Im Laserbetrieb führen eine Reihe von Wärmequellen zur einer Temperaturerhöhung im laseraktiven Medium. Dazu gehören die folgenden:

- Der Stokes-Defekt  $1 - \eta_{St}$ : Die Energiedifferenz zwischen Pump- und Laserphotonen wird über Phononen als Wärmeenergie an den Kristall abgegeben.
- Eine verringerte Quanteneffizienz  $\eta_q$ : Bei einer verringerten Quanteneffizienz ( $\eta_q < 1$ ) steht ein gewisser Anteil der absorbierten Pumpleistung nicht als Anregungsenergie für den Laserprozess zur Verfügung, sondern wird von Störstellen eingefangen oder durch Energietransferprozesse auf andere laseraktive Ionen übertragen. Ein Teil dieser Energie kann als Wärme an den Kristall abgegeben werden.
- Transmission der HR-Beschichtung: Ein Reflexionsgrad der hochreflektierenden Beschichtung auf der Kristallrückseite von  $\rho_{HR} < 1$  führt zur Transmission sowohl von Pumpleistung, Laserleistung als auch verstärkter spontaner Emission. Diese Leistung wird im Allgemeinen von der Kristallkontaktierung absorbiert und führt so zu einer Flächen-Wärmequelle außerhalb des Kristalls.

Im stationären Betrieb des Lasers, der hier ausschließlich untersucht wird, stellt sich durch die verschiedenen Wärmequellen zusammen mit der vorgegebenen Kühlgeometrie ein stationäres Temperaturprofil im Kristall ein.

Für die Berechnung der Temperaturverteilung kommen prinzipiell mehrere Methoden in Betracht. Eine Möglichkeit wäre eine analytische Lösung der Wärmeleitungsgleichung mit den hier vorliegenden Randbedingungen einer im Kristallvolumen und in der Kristallkontaktierung verteilten Wärmequelle und einer konstanten Temperatur des Kühlmediums im Kühlsystem. Während für einen über die Mantelfläche gekühlten Zylinder, wie ihn ein Laserstab darstellt, eine analytische Lösung für beliebig verteilte Wärmequellen bekannt ist [36], ist dies für die an einer Stirnseite gekühlte Scheibe nicht der Fall. Daher muss hier auf numerische Berechnungsmethoden zurückgegriffen werden.

Eine weitere Möglichkeit wäre die Berechnung nach der Finite-Elemente-Methode (FEM). Dies bedeutete jedoch die Lösung eines umfangreichen linearen Gleichungssystems mit entsprechend großem numerischem Aufwand. Die Berücksichtigung nichtlinearer Materialparameter, wie etwa einer temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeit des Kristallmaterials, führte zu einer zusätzlichen Steigerung der Komplexität.

Daher wird hier die Finite-Volumen-Methode verwendet als ein recht einfach zu implementierendes Verfahren zur Lösung von konservativen partiellen Differentialgleichungen, wie sie die stationäre Wärmeleitungsgleichung darstellt. Die stationäre Wärmeleitungsgleichung lautet

$$-\lambda_{th}\Delta T = \dot{q}_V, \quad (4.18)$$

wobei  $\lambda_{th}$  die Wärmeleitfähigkeit,  $T$  die Temperatur,  $\Delta$  den Laplace-Operator und  $\dot{q}_V$  die pro Volumen und Zeiteinheit entstehende Wärmeenergie bezeichnen. Sie gilt für das gesamte Volumen  $V$ , das durch den Kristall, die dielektrische Beschichtung, die Kristallkontaktierung und die Wärmesenke gegeben ist. Als Randbedingung liegt hier die Temperatur  $T$  auf einem Teil der Oberfläche  $\Omega$  des Volumens fest. Das Volumen  $V$ , für das eine Lösung der Differentialgleichung gesucht wird, wird nun in diskrete Einzelvolumina  $V_i$  zerlegt, entsprechend des für die Berechnung der Absorption verwendeten Finite-Elemente-Gitters. Da die Verteilung der absorbierten Pumpleistung im Scheibenlaser aufgrund der Mehrfachdurchgänge und der damit verbundenen unterschiedlichen Einfallsrichtungen der Pumpstrahlung im Allgemeinen annähernd rotationssymmetrisch ist, kann man hier auf eine vollständig dreidimensionale Rechnung verzichten, so dass nur rotationssymmetrische Finite-Volumen-Elemente verwendet werden. Über den Kristall wird also ein Gitter mit der radialen Maschenweite  $h_r$  und der axialen Maschenweite  $h_z$  gelegt. Gesucht wird nun die Funktion der Temperatur  $T_i$ , die nur in den Mittelpunkten der Volumina  $V_i$  definiert ist und dort eine Näherung der exakten Lösung der Differentialgleichung darstellt. Verwendet man die integrale Form der Wärmeleitungsgleichung und formt diese nach dem Gaußschen Satz um, so erhält man für jedes Finite Volumen  $V_i$  die Gleichung

$$-\int_{V_i} \lambda_{th} \Delta T \, dV = -\int_{\Omega_i} \lambda_{th} \nabla T \cdot \vec{n} \, d\Omega = \int_{V_i} \dot{q}_V \, dV + \int_{\Omega_i} \vec{q}_A \cdot \vec{n} \, d\Omega, \quad (4.19)$$

wobei  $\vec{n}$  den Normalenvektor auf die Oberfläche  $\Omega$  des Volumens bezeichnet,  $\dot{q}_V$  die im Volumen entstehende Wärmeleistung und  $\vec{\dot{q}}_A$  eine aufgeprägte Wärmestromdichte. Die Oberfläche  $\Omega_i$  des Finiten Volumens  $V_i$  setzt sich zusammen aus der Summe der Grenzflächen  $A_{ik}$  zu den Nachbarelementen  $V_k$ . Es wird nun der Temperaturgradient über die Differenz der Mittelpunktstemperaturen genähert:

$$\nabla T \approx \frac{T_k - T_i}{h_{ik}}, \quad (4.20)$$

wobei  $h_{ik}$  den Abstand zwischen den Volumenmittelpunkten bezeichnet. Aus der Raytracing-Rechnung und der Resonatorrechnung erhält man die über das Volumen gemittelte Wärmeleistung  $\dot{q}_{V_i}$  und die über die jeweilige Oberfläche gemittelte Wärmestromdichte  $\dot{q}_{A_{ik}}$ , so dass sich für das Volumen  $V_i$  die genäherte Bilanzgleichung ergibt:

$$-\sum_k \lambda_{th,ik} \frac{T_k - T_i}{h_{ik}} A_{ik} = \dot{q}_{V_i} V_i + \sum_k \dot{q}_{A_{ik}} A_{ik}, \quad (4.21)$$

wobei  $\lambda_{th,ik}$  ein mit dem Volumen gewichteter Mittelwert zwischen den Wärmeleitfähigkeiten der beiden Volumenelemente  $V_i$  und  $V_k$  ist.

Für die Lösung der so für jedes Finite Volumenelement aufgestellten Bilanzgleichungen wird ein iteratives Verfahren verwendet. Neben dem Vorteil einer einfachen Implementierung mit geringen Anforderungen an Speicherressourcen können dadurch relativ leicht nichtlineare Materialparameter, wie in diesem Fall eine temperaturabhängige Wärmeleitfähigkeit, berücksichtigt werden. Als iteratives Verfahren wird ein modifiziertes Gauß-Seidel-Verfahren mit Überrelaxation verwendet, das im Folgenden näher beschrieben wird [37].

Zunächst werden Startwerte  $T_i^{(0)}$  für die Temperaturen gewählt. Diese ergeben sich aus einer Betrachtung der axialen Wärmeflüsse durch die Elemente unter Vernachlässigung radialer Wärmeflüsse. Die Temperatur eines Elements  $T_i^{(0)}$  ergibt sich dabei aus der Temperatur des nächst unteren Elements  $T_{i-1}^{(0)}$  gemäß

$$T_i^{(0)} = T_{i-1}^{(0)} + \frac{h_{i,i-1}}{\lambda_{th,i-1}} (\dot{q}_{V_i} V_i + \dot{q}_{A_i} A_{i,i+1}), \quad (4.22)$$

wobei sich hier die Flächenwärmequelle  $\dot{q}_{A_i}$  auf der Oberseite des Elements  $i$  befindet. Aus den Temperaturen im Iterationsschritt  $j$  werden nun die Temperaturen des nächsten Iterationsschritts  $j+1$  wie folgt berechnet:

$$T_i^{(j+1)} = T_i^{(j)} + \omega \left[ \frac{\dot{q}_{V_i} + \sum_k \dot{q}_{A_{ik}} A_{ik} + \sum_k \frac{\lambda_{th,ik}}{h_{ik}} A_{ik} T_k^{(j)}}{\sum_k \frac{\lambda_{th,ik}}{h_{ik}} A_{ik}} - T_i^{(j)} \right]. \quad (4.23)$$

Für  $\omega = 1$  entspricht dies dem Gauß-Seidel-Verfahren. Werden für den Relaxationsparameter Werte von  $\omega > 1$  verwendet, so spricht man von Überrelaxation, was die Konvergenz des Verfahrens erheblich beschleunigen kann. Die rechte Seite der Gleichung 4.23 lässt sich auch als Multiplikation einer Matrix  $M_\omega$  mit einem Vektor  $\vec{T}$ , der

die Temperaturen  $T_i$  enthält, schreiben. Der größte Eigenwert der Matrix  $M_\omega$ , dessen Betrag auch Spektralradius  $\lambda_\omega$  genannt wird, bestimmt die Konvergenzgeschwindigkeit des Iterationsverfahrens. Man kann zeigen [37], dass der optimale Relaxationsparameter, der den Spektralradius minimiert und damit die Konvergenzgeschwindigkeit optimiert, gegeben ist durch

$$\omega_{opt} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \mu}}, \quad (4.24)$$

wobei  $\mu$  der Spektralradius von  $M_\omega$  für  $\omega = 1$  ist. Im Allgemeinen ist  $\mu$  nicht bekannt, lässt sich aber aus dem Spektralradius  $\lambda_\omega$  von  $M_\omega$  berechnen:

$$\mu = \frac{1}{\lambda_\omega} \left( \frac{\lambda_\omega - 1 + \omega}{\omega} \right)^2. \quad (4.25)$$

Der Spektralradius  $\lambda_\omega$  wiederum lässt sich aus dem maximalen Differenzenquotienten aufeinanderfolgender Iterationsschritte abschätzen:

$$\lambda_\omega \sim \max \left| \frac{T_i^{(k+1)} - T_i^{(k)}}{T_i^{(k)} - T_i^{(k-1)}} \right|. \quad (4.26)$$

Zur Optimierung der Konvergenzgeschwindigkeit hat sich folgendes Verfahren bewährt [37]: Zunächst werden  $\sqrt{N}$  Iterationen mit  $\omega = 1$  durchgeführt, wobei  $N$  die Anzahl der Finiten Volumenelemente ist. Anschließend wird eine erste Schätzung des Spektralradius gemäß Gl. 4.26 durchgeführt. Mit dem Schätzwert  $\bar{\mu}$  wird ein neuer Wert für  $\omega$  berechnet gemäß

$$\omega = 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \bar{\mu}}} - 1 \right). \quad (4.27)$$

Nach weiteren  $\sqrt{N}$  Iterationen mit dem neuen Wert für  $\omega$  wird erneut der Spektralradius  $\mu$  abgeschätzt und nun der optimale Wert für  $\omega$  gemäß Gl. 4.24 verwendet. Der Abbruch der Iterationen wird durch den gewünschten maximalen Fehler der Temperaturen  $T_i^{(k)}$ , also die maximale Differenz zwischen der Näherungslösung im Schritt  $k$  und der genauen Lösung bestimmt. Für große  $k$  gilt für den Fehler  $\epsilon_i^{(k)}$

$$\epsilon_i^{(k)} \sim \frac{(\Delta_k T_i)^2}{\Delta_{k-1} T_i - \Delta_k T_i} \quad (4.28)$$

mit  $\Delta_k T_i = T_i^{(k)} - T_i^{(k-1)}$ . Die Rechnung wird also abgebrochen, sobald der maximale Fehler  $\epsilon_i^k$  innerhalb der gewünschten Genauigkeit für die Temperatur liegt.

Die Gitterweite der Finiten Volumenelemente, die zur Berechnung der Temperaturverteilung verwendet werden, ist die gleiche wie bei der Berechnung der absorbierten Pumpleistungverteilung, wodurch sich die Berechnung der in jedem einzelnen Element produzierten Wärme vereinfacht. Unterhalb des Kristalls befinden sich weitere Volumenelemente für die HR-Beschichtung, die Kristallkontaktierung und das Kühlsystem. Die durch die HR-Beschichtung transmittierte optische Leistung wird als zusätzlicher

Wärmestrom, der in die Kristallkontaktierung fließt, berücksichtigt. Als Kühlsystem wird typischerweise eine Kupferplatte verwendet, die von der Unterseite her durch das Kühlmedium, meist Wasser, gekühlt wird. Zwischen dem Kühlmedium und der Kupferplatte wird ein fester Wärmewiderstand  $R_{th}$  angenommen, der die Strömungs- und Temperaturgrenzschicht berücksichtigt. Die Größe des Wärmewiderstands wird aus Untersuchungen zur Kühlung [38] abgeschätzt. Als Randbedingung ist in der Temperaturrechnung die Temperatur des Kühlmediums vorgegeben. Der seitliche Rand des Kristalls und die Oberseite werden als thermisch isoliert betrachtet. Der dadurch verursachte Fehler ist relativ gering. Typische maximale Kristalltemperaturen liegen im Bereich zwischen 120 °C und 200 °C. Für den konvektiven Wärmetransport durch die umgebende Luft finden sich in der Literatur Werte von  $R_{th} = 360\text{-}1000 \text{ Kcm}^2/\text{W}$  [39, 40]. Für die passive Kühlung der Oberfläche durch Wärmestrahlung ergibt sich bei Annahme eines Schwarzkörperspektrums ein Wert von  $R_{th} \approx 1600 \text{ Kcm}^2/\text{W}$  [40, 41]. Der daraus resultierende Wärmewiderstand von  $R_{th} > 290 \text{ Kcm}^2/\text{W}$  ist um einen Faktor 2000 höher als der Wärmewiderstand des Kühlsystems und der Wärmestrom über die Kristalloberseite kann damit vernachlässigt werden.

## 4.3 Berechnung der Ausgangsleistung

Die Berechnung der Ausgangsleistung erfolgt für den Dauerstrich-Betrieb, d.h. für den stationären Zustand. Dabei wird von einer rotationssymmetrischen Verteilung der absorbierten Pumpleistung im Kristall ausgegangen. Es wird die gleiche Diskretisierung in Finite Elemente verwendet wie bei der Berechnung der Temperaturverteilung. Die Ausgangsleistung kann für verschiedene transversale Leistungsverteilungen des Resonatorstrahlungsfeldes berechnet werden. Zur Bestimmung der maximal erreichbaren Ausgangsleistung wird vereinfachend von einem infinitesimal kurzen plan-plan-Resonator ausgegangen, in dem an jeder radialen Position die Resonatorgleichungen erfüllt sein müssen. Die resonatorinterne Leistungsdichteverteilung ist also transversal entkoppelt und passt sich dem Verstärkungsprofil der Kristallscheibe an, was eine gute Näherung für Resonatoren mit einer großen Anzahl an Transversalmoden darstellt. Darüber hinaus ist es jedoch auch möglich, eine Leistungsverteilung vorzugeben, wie etwa ein Gauß-Profil zur Bestimmung der Leistung im transversalen Grundmode. Die Berechnung der Ausgangsleistung erfolgt in einem iterativen Verfahren, das zunächst für die Berechnung der maximalen Ausgangsleistung und anschließend für die Berechnung der Leistung im Grundmode erläutert werden soll.

### 4.3.1 Maximal erreichbare Ausgangsleistung

Für die Berechnung der maximalen Ausgangsleistung werden die Resonatorgleichungen für jede radiale Koordinate  $n_r$  des Finite-Elemente-Gitters einzeln gelöst. Es wird also vorausgesetzt, dass die resonatorinterne Leistungsdichte in transversaler Richtung

entkoppelt ist. Diese Annahme führt zu einem gewissen Fehler, der aber im Allgemeinen vernachlässigbar ist, wie im Anhang (s. Kap. A.3) gezeigt wird.

Die globale Gleichgewichtsbedingung (2.21) vereinfacht sich dann zu

$$E_r(n_r) (-\ln(1 - L_{int}) - \ln(1 - T_{oc})) = \int_0^{d_{Kr}} (N_2(n_r, z)(\sigma_{em,l}(n_r, z) + \sigma_{abs,l}(n_r, z)) - N_{dot}\sigma_{abs,l}(n_r, z)) E_{r,eff}(n_r, z) dz. \quad (4.29)$$

Unter Berücksichtigung der Diskretisierung in axialer Richtung und nach Elimination von  $E_r(n_r)$  unter Berücksichtigung der Anzahl  $M_r$  der Durchgänge ergibt sich die Gleichgewichtsbedingung

$$M_r g(n_r) d_{Kr} + \ln(1 - L_{int}) + \ln(1 - T_{oc}) = 0 \quad (4.30)$$

mit dem mittleren Verstärungskoeffizienten

$$g(n_r) = \frac{1}{N_z} \sum_{n_z=1}^{N_z} (N_2(n_r, n_z)(\sigma_{em,l}(n_r, n_z) + \sigma_{abs,l}(n_r, n_z)) - N_{dot}\sigma_{abs,l}(n_r, n_z)). \quad (4.31)$$

Neben dieser Gleichgewichtsbedingung wird die Gleichung 2.22 für die Besetzungsdichte des oberen Multipletts in modifizierter Form verwendet:

$$N_2(n_r, n_z) = \frac{\left( \frac{P_{V,abs}(n_r, n_z)}{h\nu_p} + \frac{E_{r,eff}(n_r, n_z)}{h\nu_l} \sigma_{abs,l}(n_r, n_z) N_{dot} \right)}{\frac{E_{r,eff}(n_r, n_z)}{h\nu_l} (\sigma_{abs,l}(n_r, n_z) + \sigma_{em,l}(n_r, n_z)) + \frac{1}{\tau}}, \quad (4.32)$$

wobei  $P_{V,abs}(n_r, n_z)$  die im Finiten Element  $(n_r, n_z)$  absorbierte Volumenleistungsdichte der Pumpstrahlung bezeichnet, die vorher mit Hilfe des Raytracing-Verfahrens ermittelt wurde. Die effektive resonatorinterne Leistungsdichte  $E_{r,eff}$  ergibt sich durch Überlagerung des während jedes Durchgangs verstärkten Strahlungsfeldes:

$$E_{r,eff}(n_r, z) = E_r(n_r) \sum_{m=1}^{\frac{M_r}{2}} \left[ \rho_{HR}^{m-1} \cdot e^{2(m-1)g(n_r)d_{Kr}} \cdot \left[ e^{g(n_r)(d_{Kr}-z)} + \rho_{HR} \cdot e^{g(n_r)(d_{Kr}+z)} \right] \right]. \quad (4.33)$$

Verluste, die die Laserstrahlung bei Reflexion an der hochreflektierend beschichteten Rückseite des Kristalls mit einem Reflexionsgrad  $\rho_{HR} < 1$  erfährt, tragen zu den gesamten resonatorinternen Verlusten  $L_{int}$  bei. Es wird davon ausgegangen, dass die restlichen resonatorinternen Verluste beispielsweise durch Beugung oder Streuung außerhalb des laseraktiven Mediums auftreten.

Zur Lösung des Gleichungssystems aus Gl. 4.30 und Gl. 4.33 werden zunächst anhand des analytischen Modells Startwerte für die Besetzungsdichten  $N_2(n_r, n_z)$  und die resonatorinterne Leistungsdichte  $E_r(n_r)$  ermittelt, indem sowohl die absorbierte Pumpleistungsdichte als auch die Temperatur über der Kristalldicke gemittelt werden. Anschließend wird  $E_r(n_r)$  iterativ so lange angepasst bis die Gleichgewichtsbedingung 4.30 bis

auf einen Fehler  $\epsilon$  von typischerweise  $\epsilon < 10^{-6}$  erfüllt ist. In jedem Iterationsschritt  $i$  wird dabei aus  $E_r^{(i-1)}(n_r)$  die effektive Leistungsdichte  $E_{r,eff}^{(i-1)}(n_r, n_z)$  für jedes Finite Element  $(n_r, n_z)$  und anschließend die Besetzungsdichte  $N_2^{(i)}(n_r, n_z)$  gemäß Gl. 4.32 berechnet. Damit ergibt sich der mittlere Verstärkungskoeffizient  $g^{(i)}(n_r)$  aus Gl. 4.31, und die neue resonatorinterne Leistungsdichte wird bestimmt durch

$$E_r^{(i)}(n_r) = E_r^{(i-1)}(n_r) \cdot \left[ (1 - L_{int})(1 - T_{oc}) \exp(M_r g^{(i)}(n_r) d_{Kr}) \right]^{\omega_r}. \quad (4.34)$$

Der Relaxationsparameter  $\omega_r$  wird verwendet, um die Konvergenz zu beschleunigen. Es hat sich bewährt, für kleine Differenzen von der Gleichgewichtsbedingung die Beziehung

$$\omega_r = 5 \cdot (\log_{10} |M_r g(n_r) d_{Kr} + \ln(1 - L_{int}) + \ln(1 - T_{oc})| + 1) \quad (4.35)$$

zu verwenden und ansonsten den Wert  $\omega_r = 1$ .

Auf diese Weise wird für jede radiale Position die resonatorinterne Leistungsdichte  $E_r(n_r)$  bestimmt. Die Ausgangsleistung des Lasers  $P_l$  ergibt sich schließlich durch Integration der resonatorinternen Leistungsdichte über der Querschnittsfläche des Kristalls unter Berücksichtigung des Auskoppelgrades  $T_{oc}$  und der verbleibenden resonatorinternen Verluste bei einem halben Umlauf im Resonator:

$$P_l = T_{oc}(1 - 0,5L_{int}) \sum_{N_r} E_r(n_r) \exp(M_r g(n_r) d_{Kr}) A(n_r), \quad (4.36)$$

wobei  $A(n_r)$  die Querschnittsfläche der Finiten Elemente an der jeweiligen Position  $n_r$  bezeichnet.

### 4.3.2 Ausgangsleistung im Grundmode-Betrieb

Ist für die Leistungsdichteverteilung innerhalb des Resonators eine Funktion  $f_E(r)$  mit

$$E_r(r) = f_E(r) P_r, \quad 2\pi \int_0^\infty f_E(r) r dr = 1 \quad (4.37)$$

vorgegeben, bei der es sich beispielsweise um die Gauß'sche Funktion der Grundmode handeln kann, so gilt die globale Gleichgewichtsbedingung für den Resonator in ihrer allgemeinen Form (Gl. 2.21). In diesem Fall werden zunächst wie bei der Berechnung der maximalen Ausgangsleistung für jede radiale Position  $n_r$  Startwerte für  $E_r(n_r)$  und die Besetzungsdichten  $N_2(n_r, n_z)$  anhand des analytischen Modells ermittelt. Anschließend wird die Leistungsdichteverteilung iteriert gemäß der Vorschrift

$$E_r^{(i)}(n_r) = f_E(n_r) P_r^{(i-1)} \cdot \left[ (1 - L_{int})(1 - T_{oc}) \frac{1}{P_r^{(i-1)}} \cdot \sum_{N_r} A(n_r) E_r^{(i-1)}(n_r) \exp(M_r g^{(i)}(n_r) d_{Kr}) \right]^{\omega_r} \quad (4.38)$$

mit der resonatorinternen Leistung

$$P_r^{(i)} = \sum_{N_r} A(n_r) E_r^{(i)}(n_r). \quad (4.39)$$

Der Verstärkungskoeffizient  $g^{(i)}(n_r)$  und der Relaxationsparameter  $\omega_r$  werden analog zur Berechnung der maximalen Ausgangsleistung bestimmt.

## 4.4 Berechnung der verstärkten spontanen Emission

Bei der verstärkten spontanen Emission (engl.: Amplified Spontaneous Emission, ASE) handelt es sich um Fluoreszenz-Photonen, die aus dem angeregten Zustand spontan emittiert und auf ihrem Weg durch das laseraktive Medium durch induzierte Emission weiter verstärkt werden. In Quasi-Drei-Niveau-Materialien können Fluoreszenz-Photonen außerhalb des gepumpten Volumens auch reabsorbiert werden, es werden hier daher beide Prozesse betrachtet. Im typischen Scheibenlaser-Aufbau hat der Effekt der verstärkten spontanen Emission im Dauerstrich-Betrieb bis zu Ausgangsleistungen von etwa 5 kW nur einen geringen Einfluss auf den Wirkungsgrad, wie in Kap. 8.5.2.1 gezeigt wird. Da die Berechnung der verstärkten spontanen Emission rechenzeitintensiv ist, bleibt diese daher bei kleineren Ausgangsleistungen unberücksichtigt.

Für die Berechnung der verstärkten spontanen Emission wird wie bei der Berechnung der Absorption der Pumpstrahlung ein Monte-Carlo-Raytracing Verfahren verwendet und eine festgelegte Anzahl von Fluoreszenz-Photonen auf dem Weg durch den Kristall verfolgt. Bei Vier-Niveau-Materialien hängt die Verstärkung allein von der Besetzungsinversion ab und kann für jedes Finite Element vorab berechnet werden. Da bei Quasi-Drei-Niveau-Materialien jedoch die Verstärkung bzw. Reabsorption zusätzlich temperaturabhängig ist und diese Temperaturabhängigkeit wiederum von der Wellenlänge abhängt, muss die Berechnung der Verstärkung für die unterschiedlichen Wellenlängen der einzelnen Fluoreszenz-Photonen separat erfolgen. Um die Berechnung ähnlich wie bei der Berechnung der Pumpstrahlungsabsorption zu vereinfachen, wird die Temperaturabhängigkeit des Verstärkungskoeffizienten durch ein Polynom zweiter Ordnung genähert, so dass Wellenlänge und Temperatur entkoppelt werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Temperaturabhängigkeit des Emissionswirkungsquerschnitts unabhängig von der Wellenlänge ist, d.h.

$$\sigma_{em}(\lambda, T) = v_{em}(\lambda) \sigma_{em,i}(T) \quad (4.40)$$

gilt mit der Formfunktion des Emissionsspektrums  $v_{em}(\lambda)$  und dem Emissionswirkungsquerschnitt bei der Laserwellenlänge  $\sigma_{em,i}(T)$ . Diese Voraussetzung ist für Yb:YAG hinreichend gut erfüllt. Der Verstärkungskoeffizient lässt sich dann nähern

durch

$$g(\lambda, N_2, T) = N_2 \sigma_{em}(\lambda, T) - (N_{dot} - N_2) \sigma_{abs}(\lambda, T) \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} &\approx N_2 v_{em}(\lambda) \sigma_{em,l}(T) - (N_{dot} - N_2) v_{em}(\lambda) \sigma_{em,l}(T) \cdot \\ &\quad \cdot \left( f_{abs}^{(0)}(\lambda) + f_{abs}^{(1)}(\lambda) T + f_{abs}^{(2)}(\lambda) T^2 \right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$= \sum_{i=0}^3 c_i(N_2, T) f_i(\lambda) \quad (4.43)$$

mit

$$c_i(N_2, T) = \begin{cases} N_2 \sigma_{em,l}(T) & i = 0 \\ -(N_{dot} - N_2) \sigma_{em,l}(T) T^{i-1} & 1 \leq i \leq 3, \end{cases} \quad (4.44)$$

$$f_i(\lambda) = \begin{cases} v_{em}(\lambda) & i = 0 \\ v_{em}(\lambda) f_{abs}^{(i-1)}(\lambda) & 1 \leq i \leq 3, \end{cases} \quad (4.45)$$

wobei  $f_{abs}(\lambda)$  das Verhältnis zwischen Absorptions- und Emissionswirkungsquerschnitt bezeichnet, dessen Temperaturabhängigkeit durch ein Polynom zweiter Ordnung genähert wird. Die Koeffizienten  $c_i(N_2, T)$  können nun für jedes Finite Element und die Koeffizienten  $f_i(\lambda)$  für jede Wellenlänge vorberechnet und tabelliert werden. Dadurch reduziert sich die Berechnung des Verstärkungskoeffizienten auf 4 Multiplikationen mit anschließender Summation.

Eine weitere Vereinfachung betrifft die Anzahl der Berechnungen des Verstärkungskoeffizienten entlang des Weges eines Photons. Dazu wird für die Wellenlänge mit der maximalen Verstärkung (typischerweise die Laserwellenlänge) jeweils für jedes Finite Element zunächst der Verstärkungskoeffizient berechnet und anschließend dasjenige Element in radialer und in axialer Richtung ermittelt, bei dem der Verstärkungskoeffizient um einen festgelegten Betrag, typischerweise 20 %, vom ursprünglichen Wert abweicht. So wird für jedes Finite Element eine Grenze in radialer und axialer Richtung festgelegt, bis zu der mit einem konstanten Verstärkungskoeffizienten gerechnet werden kann.

Für jedes Element  $(n_r, n_z)$  des Finite-Element-Gitters mit dem Volumen  $V(n_r, n_z)$  wird nun die Leistung  $P_f$  der spontanen Fluoreszenz ermittelt gemäß

$$P_f(n_r, n_z) = h\nu_f \frac{N_2(n_r, n_z)}{\tau_f} \cdot V(n_r, n_z). \quad (4.46)$$

Entsprechend des Verhältnisses zur im gesamten Kristall emittierten Fluoreszenz und zur Gesamtzahl der zu verfolgenden Photonen werden einzelne Photonen per Zufallszahl generiert. Dabei wird von einer homogenen Verteilung der Startpositionen innerhalb des Finiten Elements und einer homogenen Richtungsverteilung ausgegangen. Die Polarisationsrichtung muss hier wegen der großen Einfallswinkel auf die Oberflächen des Kristalls berücksichtigt werden und wird ebenfalls als homogen verteilt angenommen. Die Wellenlänge des Photons wird zufällig gemäß des Emissionsspektrums gewählt.

Nach der Berechnung des Verstärkungskoeffizienten  $g$  wird die Länge der Wegstrecke  $l_g$  berechnet bis zum Erreichen einer Kristalloberfläche oder bis zu einer der zuvor ermittelten Grenzen, an denen sich der Verstärkungskoeffizient deutlich ändert. Die Anzahl der Photonen, die sich zusammen mit dem ursprünglichen Fluoreszenzphoton ausbreiten, sei durch  $N_p$  gegeben. Wie man leicht zeigen kann, ist die Wahrscheinlichkeit  $W$  einer induzierten Emission mindestens eines Photons bei  $g > 0$  bzw. der Absorption mindestens eines Photons bei  $g < 0$  entlang einer Wegstrecke  $l$  gegeben durch

$$W = 1 - \exp(-N_p |g| l). \quad (4.47)$$

Durch Ermitteln einer Zufallszahl  $p \in [0, 1]$  wird entsprechend die Strecke  $l_p$  bestimmt, nach der ein Photon emittiert bzw. absorbiert wird:

$$l_p = \frac{-\ln p}{N_p |g|}. \quad (4.48)$$

Für  $l_p < l_g$  findet Emission bzw. Absorption entlang der Strecke statt und die Zählvariable  $N_p$  wird entsprechend erhöht bzw. erniedrigt. Gleichzeitig wird die Emission bzw. Absorption eines Photons in dem entsprechenden Finiten Element festgehalten. Diese Prozedur wiederholt sich, bis entweder alle Photonen absorbiert wurden oder bis die Anzahl der Photonen  $N_p$  eine obere Schranke übersteigt. In letzterem Fall überwiegt offensichtlich die Verstärkung gegenüber den Verlusten bei einem Kristallumlauf, wodurch parasitäre Moden anschwingen und die Rechnung wird mit einer entsprechenden Meldung abgebrochen.

Bei der Reflexion der Fluoreszenzphotonen an der Antireflex- und der hochreflektierenden Kristallbeschichtung kann entweder ein fester Wert für den Reflexionsgrad oder ein reales polarisations- und winkelabhängiges Reflexionsspektrum verwendet werden. Bei der Reflexion an der Mantelfläche des Kristalls werden entweder die Reflexionsgrade polarisationsabhängig gemäß der Fresnelschen Formeln berechnet, oder es wird ebenfalls ein fester Wert für den Reflexionsgrad verwendet, der beispielsweise eine entsprechende Präparation der Mantelfläche berücksichtigt.

Nach der Verfolgung aller Fluoreszenzphotonen durch den Kristall ist die Berechnung der verstärkten spontanen Emission abgeschlossen. Es schließt sich eine nochmalige Berechnung der Ausgangleistung bzw. der Besetzungsdichten der einzelnen Energieniveaus an. Dabei wird zusätzlich die Differenz zwischen den pro Volumen und Zeiteinheit induziert emittierten und den absorbierten Fluoreszenzphotonen  $N_{ASE}(n_r, n_z)$  berücksichtigt, so dass die Gleichung 4.32 für die Besetzungsdichte des oberen Multiplletts nun lautet

$$N_2(n_r, n_z) = \frac{\left( \frac{P_{V,abs}(n_r, n_z)}{h\nu_p} - N_{ASE}(n_r, n_z) + \frac{E_{r,eff}(n_r, n_z)}{h\nu_l} \sigma_{abs,l}(n_r, n_z) N_{dot} \right)}{\frac{E_{r,eff}(n_r, n_z)}{h\nu_l} (\sigma_{abs,l}(n_r, n_z) + \sigma_{em,l}(n_r, n_z)) + \frac{1}{\tau}}. \quad (4.49)$$

## 4.5 Berechnung von Spannungen und Deformationen

Für die Berechnung der thermisch induzierten Spannungen und Deformationen im System aus Laserkristall und Kontaktierung/Kühlung wird das kommerzielle Finite-Elemente-Programm ABAQUS [42] verwendet. Die Erstellung des Finite-Elemente-Modells erfolgt dabei mit dem Programm PATRAN [43]. Mit Hilfe dieser Programme wird zunächst die stationäre Wärmeleitungsgleichung (Gl. 4.18) gelöst. Die Verteilung der Wärmelasten kann dabei entweder aus den Ergebnissen der Raytracing-Rechnung übernommen oder frei gewählt werden. Nach Berechnung der Temperaturverteilung werden die statischen Gleichungen gelöst, die die Temperatur  $T$  mit den Spannungen  $\vec{\sigma}$  und Dehnungen  $\vec{\epsilon}$  verknüpfen [44]:

$$\begin{aligned}\epsilon_r - \alpha_{th}T &= \epsilon_r = \frac{1}{E_{elast}} [\sigma_r - \nu(\sigma_\phi + \sigma_z)] , \\ \epsilon_\phi - \alpha_{th}T &= \epsilon_\phi = \frac{1}{E_{elast}} [\sigma_\phi - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] , \\ \epsilon_z - \alpha_{th}T &= \epsilon_z = \frac{1}{E_{elast}} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\phi)] .\end{aligned}\tag{4.50}$$

Dabei bezeichnen  $E_{elast}$  das Elastizitätsmodul und  $\nu$  die Poissonzahl.

Ein typisches System aus Kristall, Kupferscheibe und Halter wurde bereits in Kap. 2.1.2 dargestellt. Da die Kupferscheibe durch einen Überwurfring fixiert wird, wird als Randbedingung für die statische Rechnung eine Einspannung der Kupferscheibe gewählt, in der sich diese radial ausdehnen kann, die Rotationsfreiheitsgrade am Rand der Scheibe jedoch unterdrückt sind.

In Tab. 4.1 sind die für die Finite-Elemente-Rechnungen verwendeten Materialparameter mit Quellenangabe aufgeführt. Dabei wird für den Yb:YAG-Kristall die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit und des linearen Ausdehnungskoeffizienten berücksichtigt, die in Kap. 5 näher dargestellt ist.

Als hochreflektierende Beschichtung wird als Standard eine dem Stand der Technik entsprechende Beschichtung aus 9 Paaren von Siliziumdioxid- ( $\text{SiO}_2$ ) und Tantalpentoxidschichten ( $\text{Ta}_2\text{O}_5$ ) verwendet, deren Dicke jeweils etwa einem Viertel der

Material	$\lambda_{th}$ in $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$E_{elast}$ in GPa	$\nu$	$\alpha_{th}$ in $10^{-6}\text{K}^{-1}$
Yb:YAG	6,55 ( $T = 300 \text{ K}$ )	284 [45]	0,25 [45]	6,34 ( $T = 300 \text{ K}$ )
$\text{SiO}_2/\text{Ta}_2\text{O}_5$	0,35	73 [46]	0,17 [46]	0,42 [46]
Indium	71,7 [47]	10,8 [47]	0,45 [48]	30 [47]
Kupfer (E-Cu57)	385 [49]	127 [49]	0,35 [50]	17,7 [49]

**Tabelle 4.1:** Tabelle der verwendeten Materialparameter

Laserwellenlänge entspricht (s.a. [31]). Im Anschluss daran befindet sich eine Kupferschicht mit einer Dicke von etwa 150 nm. Die Wärmeleitfähigkeit von dielektrischen Beschichtungen ist nur ungenügend bekannt und hängt darüber hinaus vom genauen Beschichtungsprozess ab, da sowohl die Struktur der einzelnen Schichten als auch Oberflächeneffekte eine Rolle spielen. Der Wärmewiderstand kann daher nur abgeschätzt werden. Für die Wärmeleitfähigkeit von Siliziumdioxidschichten, die mittels „ion beam sputtering“ (IBS) abgeschieden wurden, finden sich in der Literatur Werte von  $\lambda_{th} = 0,28$  W/mK [51],  $0,41$  W/mK [52] und  $0,2-0,5$  W/mK [53]. Für Tantalpentoxidschichten, die mit IBS abgeschieden wurden, werden in [53] Werte von  $\lambda_{th} = 0,3-0,6$  W/mK angegeben, bei der Verwendung von „low-voltage ion plating“ (IP) wurden Werte von  $\lambda_{th} = 0,35$  W/mK gemessen [54]. Da zwischen den einzelnen Schichten zusätzlich ein Wärmewiderstand durch Grenzflächeneffekte auftreten kann, wurde hier für die gesamte Beschichtung ein konservativer Wert von  $\lambda_{th} = 0,35$  W/mK angenommen. Mangels genauerer Daten wurden für die weiteren Materialkonstanten der Beschichtung Werte für Silikatglas verwendet.

Indium zeigt oberhalb einer Fließspannung, deren Wert in der Literatur zwischen  $R_p = 0,9$  MPa [55] und  $R_p = 1,6$  MPa [48] angegeben wird, ein plastisches Verhalten, d.h. es besteht ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Deformation und Spannung. Dies wird in der Rechnung berücksichtigt, indem ein Spannungs-/Dehnungsdiagramm gemäß [56] mit einer Fließspannung von  $R_p = 1,4$  MPa verwendet wird.

Die Kühlung des Kristalls erfolgt über eine Prallströmung („jet impingement“) mit Wasser, die durch eine unterhalb der Kupferplatte befindliche Düse erzeugt wird, siehe Abb. 2.2. Aus experimentellen Arbeiten [38] lässt sich abschätzen, dass der Wärmewiderstand, der aus der Fluid-Grenzschicht an der Kupferunterseite für Wasser resultiert, etwa  $R_{th}^{Fluid} = 3$  K·mm<sup>2</sup>/W beträgt.

Aus der berechneten Temperaturverteilung im Laserkristall, aus dessen Deformation und der Spannungsverteilung kann anschließend die Phasendeformation ausgerechnet werden, die das Strahlungsfeld im Resonator bei einem Durchgang durch die Kristallscheibe erfährt. Daraus lassen sich eine effektive Brennweite sowie Beugungs- und Deformationsverluste berechnen, die durch diese sog. „thermische Linse“ induziert werden. Im Folgenden wird die Berechnung dieser Größen genauer dargestellt.

#### 4.5.1 Thermische Linse

Für die Berechnung der thermischen Linse, der Beugungs- und der Depolarisationsverluste wird von einem Gaußstrahl mit ebener Phasenfront ausgegangen, der den Laserkristall durchläuft. Eine Änderung der Amplitude sowie der radialen Intensitätsverteilung während der Propagation durch den Kristall wird vernachlässigt. Dies gilt in guter Näherung, da sowohl die Verstärkung pro Durchgang als auch die Kristalldicke im Allgemeinen gering sind. Die Phasenfront des Gaußstrahls erfährt nun an jeder radialen Position  $r$  während des Durchgangs eine Phasenverschiebung  $\Phi(r)$ , die

bis auf einen konstanten Term gegeben ist durch

$$\Phi(r) = 2 \frac{2\pi}{\lambda} \left[ \int_0^{d_{Kr}} \left[ n_0 + \frac{\partial n}{\partial T} (T(r, z) - T_0) + \Delta n_S(r, z) - 1 \right] \cdot [1 + \epsilon_z(r, z)] dz - z_0(r) \right]. \quad (4.51)$$

Dabei liegt die  $z$ -Achse parallel zur Resonatorachse, mit der HR-Beschichtung des Kristalls bei  $z = 0$ . Der Brechungsindex bei der Referenztemperatur  $T_0$  ist mit  $n_0$  bezeichnet,  $\frac{\partial n}{\partial T}$  bezeichnet den thermo-optischen Koeffizienten,  $\Delta n_S$  die Änderung des Brechungsindex aufgrund von Spannungen,  $\epsilon_z$  die relative Längenausdehnung in Richtung der  $z$ -Achse und  $z_0(r)$  die  $z$ -Koordinate der Kristallrückseite. Der Faktor 2 berücksichtigt den zweifachen Durchgang durch den Kristall aufgrund der Reflexion an der hochreflektierenden Beschichtung.

Die durch die Spannungen hervorgerufene Änderung des Brechungsindex  $\Delta n_S$  hängt dabei von der Polarisationsrichtung der Laserstrahlung im Verhältnis zu der Richtung der Spannungen im Kristall ab. Für eine rotationssymmetrische Verteilung der Spannungen, wie sie beim Scheibenlaser vorliegt, kann man zwischen der Polarisation und dem zugehörigen Brechungsindex in radialer Richtung  $n_r$ , und in azimutaler Richtung  $n_\phi$  unterscheiden. Die Symmetrieachse von YAG-Kristallscheiben liegt üblicherweise in Richtung der [111]-Kristallachse, in der auch der Kristallboule gezogen wird. In dieser Geometrie lässt sich für den kubischen Kristall YAG der photoelastische Effekt mit Hilfe der elasto-optischen Koeffizienten  $p_{11}$ ,  $p_{12}$  und  $p_{44}$  vollständig beschreiben [57]:

$$\frac{\partial n_r}{\partial \varepsilon_r} = -\frac{n_0^3}{12} [3p_{11} + 3p_{12} + 6p_{44}] = \frac{\partial n_\phi}{\partial \varepsilon_\phi}, \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial n_r}{\partial \varepsilon_\phi} = -\frac{n_0^3}{12} [p_{11} + 5p_{12} - 2p_{44}] = \frac{\partial n_\phi}{\partial \varepsilon_r}, \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial n_r}{\partial \varepsilon_z} = -\frac{n_0^3}{12} [2p_{11} + 4p_{12} - 4p_{44}] = \frac{\partial n_\phi}{\partial \varepsilon_z}. \quad (4.54)$$

Dabei bezeichnen  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_\phi$  und  $\varepsilon_z$  die durch die Spannungen hervorgerufenen Deformationen in radialer, azimutaler und axialer Richtung. Die Werte der thermo-elastischen Koeffizienten sind  $p_{11} = -0,029$ ,  $p_{12} = 0,0091$  und  $p_{44} = -0,0615$  [32]. Die durch die Spannungen hervorgerufene Änderung des Brechungsindex für die beiden Polarisationsrichtungen ergibt sich dann aus

$$\Delta n_{S,r} = \frac{\partial n_r}{\partial \varepsilon_r} \varepsilon_r + \frac{\partial n_r}{\partial \varepsilon_\phi} \varepsilon_\phi + \frac{\partial n_r}{\partial \varepsilon_z} \varepsilon_z, \quad \Delta n_{S,\phi} = \frac{\partial n_\phi}{\partial \varepsilon_r} \varepsilon_r + \frac{\partial n_\phi}{\partial \varepsilon_\phi} \varepsilon_\phi + \frac{\partial n_\phi}{\partial \varepsilon_z} \varepsilon_z. \quad (4.55)$$

## 4.5.2 Brennweite und Beugungsverluste

Vor der Berechnung der effektiven Brennweite des Phasenprofils  $\Phi(r)$  wird zunächst dargestellt, wie dessen Beugungsverluste für einen Gaußstrahl berechnet werden können. Dabei wird, ohne Verlust der Allgemeingültigkeit, angenommen, dass der Strahl

vor dem Durchgang durch den Kristall eine ebene Phasenfront besitzt. Unter Vernachlässigung des Terms, der die Ausbreitung der Welle in Propagationsrichtung beschreibt, kann dann die komplexe Amplitude des TEM<sub>00</sub>-Gauß-Laguerre-Modus beschrieben werden durch

$$\mathcal{E}(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi w^2}} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i\varphi\right), \quad (4.56)$$

wobei  $w$  den Strahlradius bezeichnet und  $\varphi$  einen beliebigen Phasenwinkel. Bei Durchgang durch die Kristallscheibe addiert sich in der Exponentialfunktion der Phasenterm  $i \cdot \Phi(r)$  hinzu, der aufgeteilt werden kann in einen Term, der durch einen sphärischen Spiegel mit einem Krümmungsradius  $R_L$  erzeugt würde und einen Restterm  $\Delta\Phi(r)$ . Dabei wird hier von der paraxialen Näherung Gebrauch gemacht und die Sphäre durch eine Parabel genähert:

$$\Phi(r) = -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{r^2}{R_L} + \Delta\Phi(r). \quad (4.57)$$

Es wird hier die Konvention verwendet, dass ein positiver Krümmungsradius einem konkaven, also fokussierenden, Spiegel entspricht und umgekehrt ein negativer Krümmungsradius einem konvexen Spiegel. Die durch das Phasenprofil  $\Phi(r)$  induzierten Beugungsverluste ergeben sich nun aus der Leistung, die nach dem Durchgang durch den Kristall noch im Gauß'schen Grundmode vorhanden ist. Dafür wird von der Tatsache Gebrauch gemacht, dass die Gauß-Laguerre-Moden  $\mathcal{E}_{lm}(r, \varphi)$  ein vollständiges orthogonales Basissystem bilden [33]. Dabei kann sowohl der Radius der Moden skaliert werden als auch ein beliebiger Krümmungsradius für alle Moden festgelegt werden, ohne deren Orthogonalität zu verletzen. Eine beliebige Feldstärkeverteilung  $\mathcal{E}(r, \varphi)$  kann dann in die einzelnen Moden  $\mathcal{E}_{lm}(r, \varphi)$  zerlegt werden, wobei die komplexen Koeffizienten  $c_{lm}$  der einzelnen TEM<sub>lm</sub>-Moden gegeben sind durch

$$c_{lm} = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathcal{E}(r, \varphi) \mathcal{E}_{lm}^*(r, \varphi) r \, dr \, d\varphi. \quad (4.58)$$

Sind sowohl die Gauß-Laguerre-Moden  $\mathcal{E}_{lm}(r, \varphi)$  als auch die Feldstärkeverteilung  $\mathcal{E}(r, \varphi)$  normiert mit

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathcal{E}_{lm}(r, \varphi) \mathcal{E}_{lm}^*(r, \varphi) r \, dr \, d\varphi = 1, \quad \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathcal{E}(r, \varphi) \mathcal{E}^*(r, \varphi) r \, dr \, d\varphi = 1, \quad (4.59)$$

so ist die Leistung  $P_{lm}$  jedes einzelnen Modus gegeben durch

$$P_{lm} = |c_{lm}|^2 P_l \quad \text{mit} \quad P_l = \sum_{l,m} P_{lm}. \quad (4.60)$$

Die Leistung, die sich nach Durchgang durch den Kristall noch im Grundmode befindet, ergibt sich also, indem man die Strahlungsverteilung auf einen TEM<sub>00</sub>-Mode mit gleichem Strahlradius und gleicher mittlerer Krümmung der Wellenfront projiziert.

Man erhält für den Koeffizienten  $c_{00}$

$$c_{00} = 2\pi \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi w^2}} \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{r^2}{R_L} + i\varphi + i\Delta\Phi(r)\right) \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi w^2}} \exp\left(+i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{r^2}{R_L} - i\varphi\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) r dr \quad (4.61)$$

$$= \frac{4}{w^2} \int_0^{\infty} \cos(\Delta\Phi(r)) \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) r dr + i\frac{4}{w^2} \int_0^{\infty} \sin(\Delta\Phi(r)) \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) r dr \quad (4.62)$$

$$= \overline{\cos(\Delta\Phi(r))} + i \overline{\sin(\Delta\Phi(r))}, \quad (4.63)$$

wobei  $\overline{f(r)}$  im Folgenden den mit dem Gauß'schen Intensitätsprofil gewichteten Mittelwert einer Funktion  $f(r)$  bezeichnen soll. Da die Eingangsfunktion  $\mathcal{E}(r)$  normiert war, sind die Beugungsverluste  $L_B$ , d.h. der Anteil der Leistung, der in Moden höherer Ordnung gebeugt wird, gegeben durch

$$L_B = 1 - |c_{00}|^2 = 1 - \overline{\cos(\Delta\Phi(r))^2} - \overline{\sin(\Delta\Phi(r))^2}. \quad (4.64)$$

Der mittlere Krümmungsradius  $R_L$  der Phasenfront ergibt sich nun aus der Bedingung, dass die Beugungsverluste minimal werden. Für die Extremalrechnung bietet es sich an, die Beugungsverluste zu nähern. Entwickelt man in Gl. 4.61 die Exponentialfunktion mit dem Phasenterm bis zum quadratischen Term, so erhält man

$$c_{00} \approx 1 + i \overline{\Delta\Phi(r)} - \frac{1}{2} \overline{(\Delta\Phi(r))^2} \quad (4.65)$$

und daraus

$$L_B = 1 - |c_{00}|^2 \approx \overline{(\Delta\Phi(r))^2} - \overline{\Delta\Phi(r)}^2, \quad (4.66)$$

wobei der Term  $\overline{(\Delta\Phi(r))^2}/4$  vernachlässigt wurde. Diese genäherte Form entspricht den Beugungsverlusten, die aus dem bekannten Strehl-Intensitätsverhältnis eines gebeugten Strahls bei geringen Phasendeformationen berechnet werden können [58, 59, 60]. Setzt man Gl. 4.57 in Gl. 4.66 ein und bildet die Ableitung nach dem mittleren Krümmungsradius  $R_L$ , so erhält man als Krümmungsradius mit den geringsten Beugungsverlusten

$$\frac{1}{R_L} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{\overline{\Phi(r)r^2} - \overline{\Phi(r)} \cdot \overline{r^2}}{r^2 - r^4}. \quad (4.67)$$

Die effektive Brennweite der thermischen Linse  $f_L$  entspricht dann

$$f_L = \frac{R_L}{2}. \quad (4.68)$$

### 4.5.3 Berechnung der Depolarisationsverluste

Für die Berechnung der durch spannungsinduzierte Doppelbrechung verursachten Depolarisationsverluste betrachte man einen vor dem Durchgang durch den Kristall linear polarisierten Gaußstrahl, dessen Polarisationsrichtung parallel zur  $y$ -Achse liege, s. Abb. 4.4. Nach Durchgang durch den Kristall ist die Transmission durch einen Analysator, der entsprechend der ursprünglichen Polarisationsrichtung ausgerichtet ist, für jede Koordinate  $(r, \varphi)$  nach [32] gegeben durch

$$\tau(r, \varphi) = 1 - \sin^2(2\varphi) \cdot \sin^2\left(\frac{\vartheta(r, \varphi)}{2}\right) \quad (4.69)$$

mit

$$\vartheta(r, \varphi) = \Phi_\phi(r, \varphi) - \Phi_r(r, \varphi). \quad (4.70)$$

Die Phasenverschiebungen  $\Phi_r$  für die radiale und  $\Phi_\phi$  für die azimutale Komponente der Polarisation ergeben sich dabei aus der Gleichung 4.51 in Verbindung mit der Gleichung 4.55 für die Spannungsdoppelbrechung. Die Gesamttransmission  $\tau$  ergibt sich durch Integration über alle radialen und azimutalen Koordinaten. Für das optisch isotrope Kristallmaterial YAG, das sich auch bezüglich des photo-elastischen Effekts isotrop verhält, hängt die Doppelbrechung für eine rotationssymmetrische Spannungsverteilung lediglich von der radialen Koordinate ab und man erhält für die Depolarisationsverluste  $L_D$

$$L_D = 1 - \tau = \frac{\int_0^\infty \sin^2\left(\frac{\vartheta(r)}{2}\right) \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) r \, dr \cdot \int_0^{2\pi} \sin^2(2\varphi) \, d\varphi}{2\pi \int_0^\infty \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) r \, dr} \quad (4.71)$$

$$= \frac{2}{w^2} \int_0^\infty \sin^2\left(\frac{\vartheta(r)}{2}\right) \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) r \, dr. \quad (4.72)$$

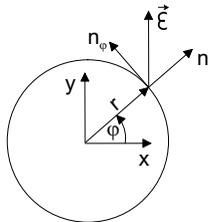


Abbildung 4.4: Skizze zur Berechnung der Depolarisationsverluste

# 5 Das laseraktive Material Yb:YAG

Das laseraktive Material  $\text{Yb}^{3+}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$  mit der Kurzbezeichnung „Yb:YAG“ besteht aus dem Wirtskristall  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ , einem Granaten, in welchem ein bestimmter Anteil von Yttrium-Ionen im Kristallgitter durch Ytterbium-Ionen ersetzt wurde. Dabei bestimmt das laseraktive Ytterbium-Ion im Wesentlichen die spektralen Eigenschaften des laseraktiven Mediums, die für den Prozess der Umwandlung von Anregungs- in Laserenergie entscheidend sind, während der Wirtskristall YAG die thermo-mechanischen und optischen Eigenschaften des laseraktiven Mediums festlegt. Yb:YAG wird üblicherweise nach dem Czochralski-Verfahren gezogen. Da die Ionenradien von  $\text{Y}^{3+}$  und  $\text{Yb}^{3+}$  mit 1,019 Å bzw. 0,985 Å nahe beieinander liegen [61], ist es möglich, Kristalle in guter Qualität mit beliebiger Dotierung zu ziehen, bis zur vollständigen Ersetzung von  $\text{Y}^{3+}$  durch  $\text{Yb}^{3+}$  [62, 63, 64].

## 5.1 Spektrale Eigenschaften

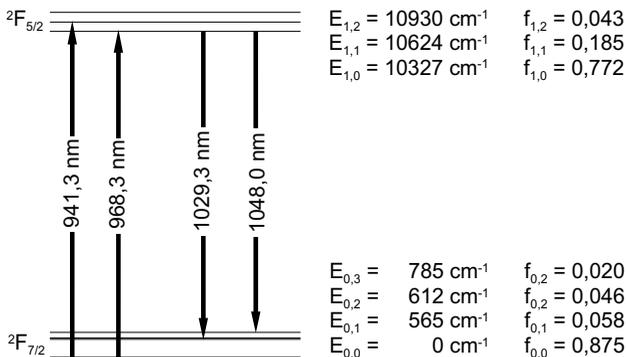
Das Element Ytterbium gehört zu der Reihe der Seltenen Erden, die sich von ihrer elektronischen Struktur her in besonderer Weise für den Einsatz in Festkörperlasern eignen. Die äußersten beiden Elektronenschalen  $5s$  und  $5p$  sind wie in der Konfiguration des Edelgases Xenon komplett gefüllt, während die innen liegende  $4f$ -Schale nur teilweise besetzt ist. Innerhalb der  $4f$ -Schale können also Elektronen unter Absorption bzw. Emission von Photonen zwischen energetisch unterschiedlichen Konfigurationen wechseln. Die Abschirmung durch die äußeren Elektronenschalen führt dabei zu relativ scharfen Übergangslinien, deren Lage durch das umgebende Kristallgitter des Wirtsmaterials nur in geringem Maße beeinflusst wird. Beim  $\text{Yb}^{3+}$ -Ion ist die  $4f$ -Schale bis auf ein Elektron gefüllt. Durch Spin-Bahn-Kopplung ergeben sich dadurch das  ${}^2\text{F}_{7/2}$  und das um etwa  $10000\text{ cm}^{-1}$  energetisch höher gelegene  ${}^2\text{F}_{5/2}$  Energieniveau. Durch Stark-Wechselwirkung, d.h. durch die elektrische Wechselwirkung zwischen den Elektronen und dem umgebenden Kristallfeld, spaltet das untere Energieniveau in vier, das obere in drei sogenannte „Stark-Niveaus“ auf, die ihrerseits noch jeweils 2fach entartet sind. Das resultierende Termschema ist in Abb. 5.1 dargestellt. Durch Elektron-Phononen-Wechselwirkung sind die Übergänge zwischen Niveaus des oberen  ${}^2\text{F}_{5/2}$ -Multipletts und des unteren  ${}^2\text{F}_{7/2}$ -Multipletts relativ stark verbreitert, so dass die Bestimmung der Energien der einzelnen Niveaus aus Absorptions- und Emissionsspektren erschwert ist, was teilweise zu fehlerhaften Angaben in der Literatur führte. Die in Abb. 5.1 angegebenen Energien sind der Quelle [65] entnommen, die frühere Fehlinterpretationen ausführlich diskutiert. Im thermischen Gleichgewicht ist die relative Besetzung der einzelnen Niveaus innerhalb eines Multipletts durch die Boltzmann-

Statistik gegeben. Durch die relativ geringe energetische Stark-Aufspaltung führt dies dazu, dass bei Raumtemperatur jedes Niveau im unteren Multiplett zu mindestens 2 % besetzt ist. Die relative thermische Besetzung des unteren Laserniveaus beim stärksten Laserübergang um 1030 nm beträgt 4,6 %. Damit besitzt Yb:YAG eine deutliche Reabsorption auf der Laserwellenlänge, weshalb es als „Quasi-Drei-Niveau-System“ bezeichnet wird.

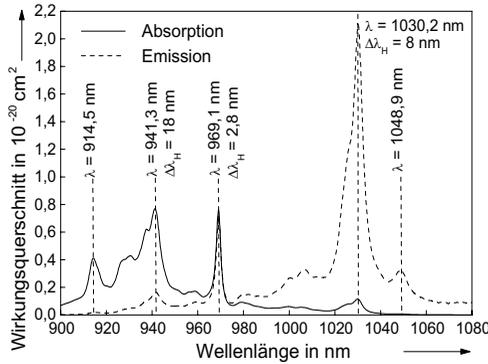
### 5.1.1 Absorptions- und Emissionsspektren

Abb. 5.2 zeigt ein bei Raumtemperatur aufgenommenes Absorptionsspektrum von Yb:YAG zusammen mit dem daraus berechneten Emissionsspektrum. Der Zusammenhang zwischen Absorption und Emission ist dabei durch Gl. 2.6 gegeben, wobei zusätzlich die maximalen Wirkungsquerschnitte gemäß den im folgenden Abschnitt diskutierten Literaturwerten skaliert wurden. Man erkennt die deutliche Verbreiterung der Absorptions- und Emissionsmaxima aufgrund der bereits erwähnten Elektron-Phononen-Kopplung. Das Absorptionsmaximum um 940 nm mit einer vollen Halbwertsbreite von 18 nm eignet sich besonders für das Pumpen mit spektral breitbandigen Hochleistungslaserdioden. Die „Zero-Phonon-Linie“ bei 968 nm, die dem Übergang zwischen den jeweils untersten Energieniveaus der beiden Multipletts entspricht, ist dagegen relativ schmalbandig und weist naturgemäß einen großen Emissionswirkungsquerschnitt auf, der zu einem deutlichen Ausbleichen der Absorption bei hohen Pumpleistungsdichten führt. Aus diesem Grunde führt bei konventionellen endgepumpten Laserdesigns das Pumpen auf der Zero-Phonon-Linie nur zu vergleichsweise geringen Wirkungsgraden.

Das Emissionsspektrum zeigt ein relativ breites Maximum bei 1030 nm, mit einem weiteren, deutlich kleineren Maximum bei 1049 nm. Aus der Integration über alle Wel-

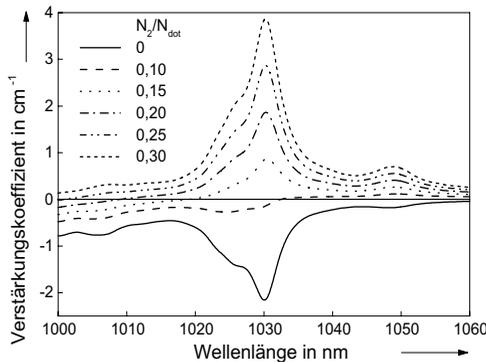


**Abbildung 5.1:** Maßstäbliche Darstellung des Termschemas von Yb:YAG mit den wichtigsten Übergängen und den relativen thermischen Besetzungszahlen bei  $T = 300$  K nach [65]



**Abbildung 5.2:** Absorptionsspektrum und daraus berechnetes Emissionsspektrum von Yb:YAG bei Raumtemperatur [23]

Wellenlängen ergibt sich dabei eine mittlere Wellenlänge der spontanen Emission von  $\lambda_f = 1017 \text{ nm}$ . Während bei Vier-Niveau-Systemen das Verstärkungsspektrum direkt mit dem Emissionsspektrum korreliert ist, hängt dieses bei Quasi-Drei-Niveau-Systemen aufgrund der Reabsorption von der Inversion ab. Abb. 5.3 zeigt den resultierenden Verstärkungsbeiwert für verschiedene relative Besetzungszahlen des oberen Multipletts. Die gewählte Temperatur von 400 K entspricht etwa den typischen Betriebsbedingungen in einem Scheibenlaser. Wie man sieht, ist bei geringer Inversion die Reabsorption bei 1030 nm so groß, dass das Maximum der Verstärkung bei 1049 nm liegt. Sind die resonatorinternen Verluste und der Auskoppelgrad klein genug, liegt die Laserwellenlänge also auch ohne zusätzliche spektral selektive Elemente bei 1049 nm. Dies



**Abbildung 5.3:** Verstärkungsspektrum von Yb:YAG bei  $T = 400 \text{ K}$  in Abhängigkeit von der relativen Besetzungsdichte des oberen Multipletts

wird zusätzlich durch eine höhere Temperatur oder eine große Kristalldicke bzw. hohe Dotierung wegen der steigenden Reabsorptionsverluste begünstigt. Da der Wirkungsgrad bei einer Laserwellenlänge von 1030 nm aufgrund des geringeren Stokes-Defektes und der höheren erreichbaren Verstärkung jedoch größer ist, wird Yb:YAG bevorzugt bei einer Laserwellenlänge von 1030 nm betrieben. Durch die große spektrale Breite der Verstärkung ist es jedoch auch möglich, den Laser mit Hilfe von in den Resonator eingebrachten spektral selektiven Elementen, wie etwa einem doppelbrechenden Filter oder Etalons, über einen weiten Bereich durchzustimmen. Im Scheibenlaser konnte dabei Laserbetrieb über einen kontinuierlichen Bereich von 46 nm zwischen 1016 und 1062 nm erzielt werden [66]. Dies macht Yb:YAG auch für die Erzeugung ultrakurzer Pulse im Femtosekunden-Bereich interessant. Im konventionellen Stabdesign konnten so mit Hilfe von sättigbaren Halbleiterabsorbieren im modengekoppelten Betrieb Pulsdauern von 340 fs erzielt werden [67, 68]. Auch im Scheibenlaserdesign eignet sich Yb:YAG zur Erzeugung ultrakurzer Pulse: Pulsdauern von 730 fs bei einer mittleren Ausgangsleistung von 16,2 W wurden bisher erreicht [69].

### 5.1.2 Absorptionswirkungsquerschnitt

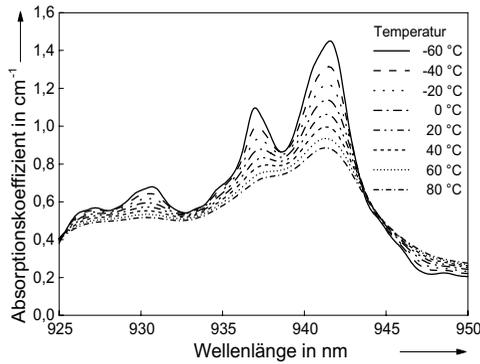
Für den Absorptionswirkungsquerschnitt im Maximum bei 941 nm werden in der Literatur Werte von 7,5[70], 7,7[71], 6,7[24], 7,8[29] bzw.  $7,1 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^2$  [64] angegeben. Hierbei handelt es sich um effektive Wirkungsquerschnitte, die bei Raumtemperatur gemessen wurden. In dieser Arbeit wird ein mittlerer Wert von

$$\sigma_{abs}(\lambda = 941,3 \text{ nm}, T = 300 \text{ K}) = 7,7 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^2 \quad (5.1)$$

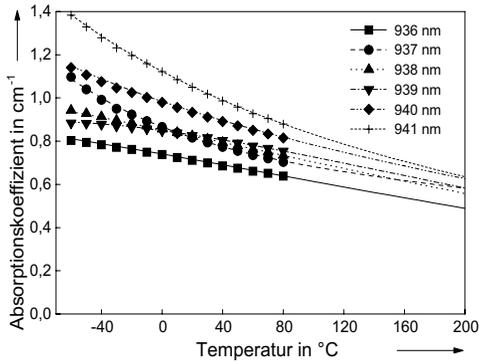
verwendet. Die von Voß [23] zwischen  $-60 \text{ }^\circ\text{C}$  und  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  gemessenen temperaturabhängigen Absorptionsspektren (s. Abb. 5.4) sind in dieser Arbeit entsprechend normiert. Wie man in Abb. 5.4 erkennt, ändert sich nicht nur die Stärke der Absorption mit der Temperatur, sondern auch deren spektrale Verteilung. Da innerhalb des Pumpbereiches eines Yb:YAG-Scheibenlasers typischerweise Temperaturdifferenzen von über 60 K auftreten, ist es für eine genaue numerische Modellierung wichtig, diese Änderungen des Absorptionsspektrums zu berücksichtigen. Aus diesem Grund werden, wie in Kapitel 4.1.2.2 bereits beschrieben, in Schritten von 0,2 nm Funktionen der Form

$$\sigma_{abs}(\lambda, T) = e^{-c_T T} \sum_{i=0}^2 \sigma_{abs,i}(\lambda) T^i \quad (5.2)$$

an die Spektren angepasst. Die Konstante  $c_T$  wird dabei zu  $c_T = 0,005 \text{ K}^{-1}$  so gewählt, dass der Absorptionswirkungsquerschnitt für jede Wellenlänge auch bei Extrapolation bis zu Temperaturen von  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  monoton abnimmt. Abb. 5.5 zeigt exemplarisch die gemessene Temperaturabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für verschiedene Wellenlängen und deren Extrapolation.



**Abbildung 5.4:** Gemessene temperaturabhängige Absorptionsspektren [23], normiert auf  $\sigma_{abs}(\lambda = 941,3 \text{ nm}, T = 300 \text{ K}) = 7,7 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^2$  und für eine Dotierung von 1 at.%



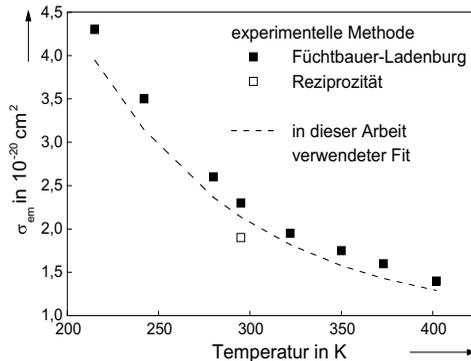
**Abbildung 5.5:** Gemessene Absorptionskoeffizienten von Yb:YAG mit angepassten und extrapolierten Funktionen für eine Dotierung von 1 at.%

### 5.1.3 Emissionswirkungsquerschnitt

Die in der Literatur angegebenen Emissionswirkungsquerschnitte bei der Wellenlänge  $\lambda = 1030$  nm sind in Tab. 5.1 zusammengefasst. Dabei handelt es sich zum einen um Werte, die nach der Reziprozitäts-Beziehung zwischen Emissions- und Absorptionswirkungsquerschnitt gemäß Gl. 2.6 aus dem gemessenen Absorptionswirkungsquerschnitt berechnet wurden, zum anderen um Werte, die gemäß der Füchtbauer-Ladenburg-Gleichung aus der Fluoreszenzlebensdauer bestimmt wurden [73]. Die in [70, 72] verwendeten Lebensdauern sind dabei vermutlich zu lang, wie im folgenden Abschnitt ausführlicher dargestellt wird. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit der Mittelwert aus den beiden Werten aus [73] von  $\sigma_{em} = 2,1 \cdot 10^{-20} \text{cm}^2$  verwendet. Von Sumida und Fan wurde die Temperaturabhängigkeit des Emissionswirkungsquerschnitts gemessen [73], s. Abb. 5.6. Eine an diese Daten angepasste Funktion, die auf einen Emissionswirkungsquerschnitt von  $2,1 \cdot 10^{-20} \text{cm}^2$  bei  $T = 300$  K normiert ist, wird in dieser Arbeit verwendet, um den temperaturabhängigen Emissionswirkungsquerschnitt zu

$\sigma_{em,l}$ in $10^{-20} \text{cm}^2$	Bestimmungsmethode	Quelle und Jahr
1,8	FL ( $\tau_f = 1160 \mu\text{s}$ )	[72] 1991
2,03	FL ( $\tau_f = 1010 \mu\text{s}$ )	[70] 1993
2,3	FL ( $\tau_f = 951 \mu\text{s}$ )	[73] 1994
1,9	RM ( $\sigma_{abs,p} = 7,7 \cdot 10^{-21} \text{cm}^2$ )	[73] 1994
1,9	FL ( $\tau_f$ nicht angegeben)	[64] 2001

**Tabelle 5.1:** Emissionswirkungsquerschnitte von Yb:YAG, bestimmt aus der Füchtbauer-Ladenburg-Gleichung (FL) bzw. nach der Reziprozitäts-Methode (RM)



**Abbildung 5.6:** Temperaturabhängigkeit des Emissionswirkungsquerschnitts nach [73] und verwendete Ausgleichskurve

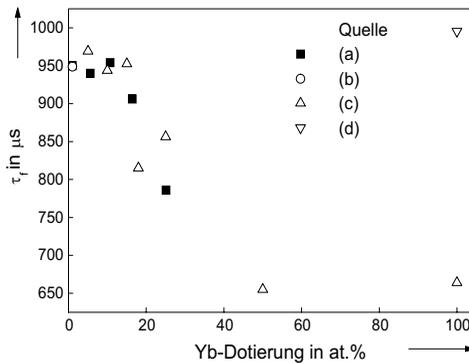
berechnen:

$$\sigma_{em}(T) = (0,9420 + 35,7843 \cdot \exp(-0,01152K^{-1}T)) \cdot 10^{-20} \text{cm}^2. \quad (5.3)$$

### 5.1.4 Fluoreszenzlebensdauer

Die Messung der Fluoreszenzlebensdauer erfordert bei Yb:YAG besondere experimentelle Sorgfalt, da sich durch Reabsorption und nachfolgende Reemission spontan emittierter Photonen die gemessene Lebensdauer von der tatsächlichen deutlich unterscheiden kann, wie in [71, 74] ausführlich dargestellt ist. Aus diesem Grund sind frühere in der Literatur angegebene Werte, die bei 1,3 ms [75], 1,16 ms [72] und 1,08 ms [70] liegen, vermutlich zu hoch. In [71, 73] wurde der Einfluss der Reabsorption auf die Messung der Lebensdauer reduziert, indem optisch dünne Proben verwendet wurden, die zur Vermeidung von interner Totalreflexion beidseitig mit undotiertem YAG kontaktiert sind und bei denen der Bereich, aus dem Fluoreszenzstrahlung auf den Detektor trifft, durch eine Apertur begrenzt wird. Mit dieser Methode wurde für Ytterbium-Dotierungen bis 10 at.% eine Lebensdauer von  $\tau_f = 951 \mu\text{s}$  bestimmt, die auch in dieser Arbeit verwendet wird. Dieser Wert stimmt mit weiteren Messungen in der Literatur überein: Bestimmungen der Fluoreszenzlebensdauer an Yb:YAG in einer Brechungsindex-angepassten Flüssigkeit ergaben einen Wert von  $\tau_f = 949 \mu\text{s}$  bei einer Dotierung von 1 at.% [74] bzw. einen mittleren Wert von  $\tau_f = 955 \mu\text{s}$  bei einer Dotierung bis 15 at.% [63, 64]. Messungen zur Temperaturabhängigkeit der Lebensdauer [73] zeigen darüber hinaus, dass diese in einem Bereich von 150 - 400 K, und damit für typische Kristalltemperaturen im Scheibenlaserbetrieb, konstant ist.

Abb. 5.7 zeigt die Abhängigkeit der Fluoreszenzlebensdauer von der Dotierung. Danach



**Abbildung 5.7:** Dotierungsabhängigkeit der Fluoreszenzlebensdauer; (a)=[71], (b)=[74], (c)=[64], (d)=[78]

nimmt die Lebensdauer oberhalb einer Dotierung von etwa 15 at.% deutlich ab und beträgt bei einer Dotierung von 100 at.%, d.h. für das Material  $\text{Yb}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$  (YbAG), noch  $\tau_f = 664 \mu\text{s}$ . Diese Abnahme ist teilweise intrinsisch [64], teilweise aber auch durch Verunreinigungen oder Störstellen verursacht, die sich im Kristallmaterial befinden. Mit zunehmender Dotierung, d.h. geringerem Abstand zwischen den Dotierungsionen, nimmt die Wahrscheinlichkeit der Energiemigration zwischen den Yb-Ionen zu [30, 76] und damit die Wahrscheinlichkeit einer Energieübertragung an Störstellen (sog. „quenching“). Insbesondere der Energieübertrag an andere Seltenerd-Ionen wie Thulium, Erbium oder Holmium ist sehr effizient [61]. Daneben kommen aber auch  $\text{OH}^-$ -Gruppen [61] oder Übergangsmetalle wie Chrom [77] als Energieempfänger infrage. Der Reinheit des Kristallmaterials kommt daher eine entscheidende Bedeutung zu, wie auch die Steigerung der Fluoreszenzlebensdauer von YbAG von  $280 \mu\text{s}$  auf  $664 \mu\text{s}$  allein durch Verbesserung der Kristallqualität zeigt [64]. Für besonders reine YbAG-Kristalle konnte die Fluoreszenzlebensdauer sogar schon bis auf  $995 \mu\text{s}$  gesteigert werden [78]. Aufgrund der begrenzten Reinheit der üblicherweise verwendeten Ausgangsmaterialien für die Kristallzucht ist jedoch gegenwärtig der Bereich von sinnvoll einsetzbaren Dotierungen auf Werte bis zu 15 - 20 at.% beschränkt.

### 5.1.5 Quanteneffizienz

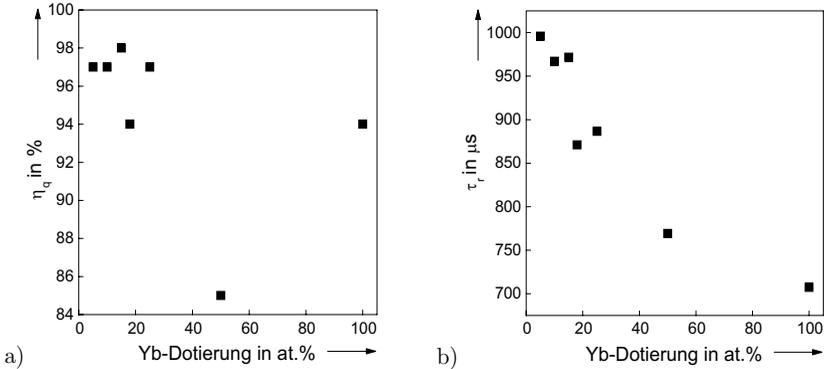
Die Quanteneffizienz bezeichnet das Zahlenverhältnis angeregter Laserionen, deren Anregungsenergie im Resonator extrahiert werden kann, zur Zahl der absorbierten Pump-Photonen. Die Quanteneffizienz kann daher durch direkte Absorption von Pump-Photonen in Verunreinigungen und Störstellen reduziert sein, was bei derzeitigen Kristallqualitäten vernachlässigbar ist, oder durch nichtstrahlende Prozesse der Energieübertragung aus dem angeregten Zustand, wie im vorigen Abschnitt diskutiert. In letzterem Fall wird die Lebensdauer im angeregten Zustand, die Fluoreszenzlebensdauer  $\tau_f$ , bestimmt durch die Lebensdauer  $\tau_r$  aufgrund strahlender Übergänge und die Lebensdauer  $\tau_{nr}$  aufgrund nichtstrahlender Übergänge:

$$\frac{1}{\tau_f} = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_{nr}}. \quad (5.4)$$

Die Quanteneffizienz  $\eta_q$  ist dabei direkt durch das Verhältnis der strahlenden Relaxationen zur Gesamtzahl aller Relaxationen gegeben:

$$\eta_q = \frac{\tau_f}{\tau_r}. \quad (5.5)$$

In [64] wurde die Quanteneffizienz aus Messungen der Wärmeerzeugung und der Fluoreszenzlebensdauer für verschiedene Dotierungen berechnet, die Ergebnisse sind in Abb. 5.8a) dargestellt. Sie zeigen, dass bei Dotierungen oberhalb von 20 at.% die Quanteneffizienz durch nichtstrahlende Übergänge, also beispielsweise durch Energieübertragung auf Verunreinigungen, deutlich reduziert sein kann. Andererseits ist die Abnahme der Fluoreszenzlebensdauer (Abb. 5.7) nicht direkt mit einer Abnahme der Quanteneffizienz gekoppelt, d.h. auch die strahlende Lebensdauer  $\tau_r$  nimmt mit zunehmender Dotierung ab (Abb. 5.8b).



**Abbildung 5.8:** Abhängigkeit a) der Quanteneffizienz, b) der strahlenden Lebensdauer von der Dotierung [64]

Für Dotierungen bis 15 at.% beträgt die Quanteneffizienz 97 - 98 %. Dies deckt sich mit den Ergebnissen früherer Arbeiten [79], in denen der Wärmeerzeugungsgrad zu  $f_h < 0,11$  bestimmt wurde, was einer Quanteneffizienz von  $\eta_q > 96$  % entspricht. In anderen Arbeiten [80] wurden jedoch auch schon Werte von  $\eta_q = 90,8$  % gemessen, wobei allerdings keine Aussagen hinsichtlich der Kristallqualität gemacht wurden. Sämtliche Werte für die Quanteneffizienz beziehen sich auf Messungen ohne Laserbetrieb. Da die Rate der strahlenden Übergänge durch induzierte Emission im Laserbetrieb zunimmt, steigt hier die Quanteneffizienz. Bei typischen Pumpleistungen im Scheibenlaserbetrieb, die um mehr als einen Faktor 5 über der Schwelppumpleistung liegen, ist die Rate der strahlenden Übergänge entsprechend um einen Faktor 5 höher und für die Quanteneffizienz ergeben sich nach [64] Werte von  $\eta_q \gtrsim 99,5$  %. In dieser Arbeit wird daher in guter Näherung mit einem Wert der Quanteneffizienz von  $\eta_q = 100$  % gerechnet.

## 5.2 Thermo-mechanische Eigenschaften

Die thermo-mechanischen Eigenschaften des Yb:YAG-Kristalls werden im Wesentlichen durch den Wirtskristall YAG bestimmt. Eine Ausnahme bildet dabei die Wärmeleitfähigkeit, auf die die Dotierung einen deutlichen Einfluss hat, wie im nachfolgenden Abschnitt dargestellt wird.

Für das Elastizitätsmodul finden sich in der Literatur Werte von  $E_{elast} = 310$  GPa [81], 282 GPa [82] bzw. 284 GPa [45], für die Poissonzahl (Querkontraktionszahl) Werte von  $\nu = 0,28$  [82] bzw. 0,25 [45]. In dieser Arbeit werden die Werte aus [45] verwendet mit  $E_{elast} = 284$  GPa und  $\nu = 0,25$ .

Der Brechungsindex für undotiertes YAG beträgt sowohl bei der Pump- als auch der Laserwellenlänge etwa  $n = 1,82$  [64, 83]. Mit der Dotierung ändert sich der Brechungsindex geringfügig mit  $1,4651 \cdot 10^{-4} \text{ at.\%}^{-1}$  [64]. Da der genaue Wert des Brechungsindex jedoch für die Modellierung des Scheibenlasers von untergeordneter Bedeutung ist, wird ein von der Dotierung unabhängiger Wert von  $n = 1,82$  verwendet.

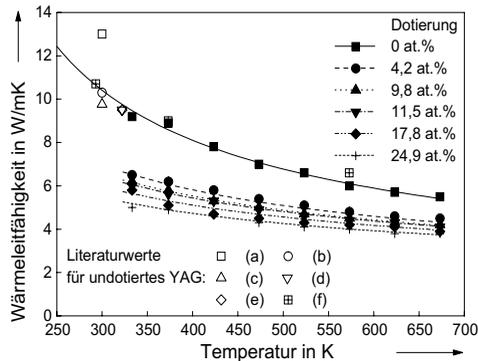
### 5.2.1 Wärmeleitfähigkeit

In der Literatur existieren zahlreiche Werte für die Wärmeleitfähigkeit von YAG, die zwischen  $\lambda_{th} = 9,76 \text{ W/mK}$  [82] und  $14 \text{ W/mK}$  [84] variieren. Da der Wirkungsgrad von Yb:YAG stark temperaturabhängig ist, ist für die Modellierung die Kenntnis des genauen Wertes der Wärmeleitfähigkeit von Bedeutung. Aus diesem Grund wurde die Wärmeleitfähigkeit von YAG mit verschiedenen Yb-Dotierungen bei Temperaturen zwischen  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  und  $450 \text{ }^\circ\text{C}$  gemessen [85]. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.9 dargestellt, zusammen mit daran angepassten Funktionen der Form

$$\lambda_{th}(T, c_{dot}) = \lambda_{th}(300\text{K}, c_{dot}) \cdot \left( \frac{204\text{K}}{T - 96\text{K}} \right)^{0,48 - 0,46 \cdot c_{dot}} \quad (5.6)$$

Für die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Dotierung bei einer Referenztemperatur von  $T = 300 \text{ K}$  wurde ein linearer Zusammenhang angenommen. Aus der Anpassung an die Messwerte ergeben sich damit Werte von

$$\lambda_{th}(300\text{K}, c_{dot}) = (7,28 - 7,30 \cdot c_{dot}) \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \quad (5.7)$$



**Abbildung 5.9:** Gemessene Wärmeleitfähigkeit von YAG mit verschiedenen Yb-Dotierungen und daran angepasste Funktionen im Vergleich zu Literaturwerten; (a)=[84], (b)=[86], (c)=[82], (d)=[87], (e)=[65], (f)=[88]

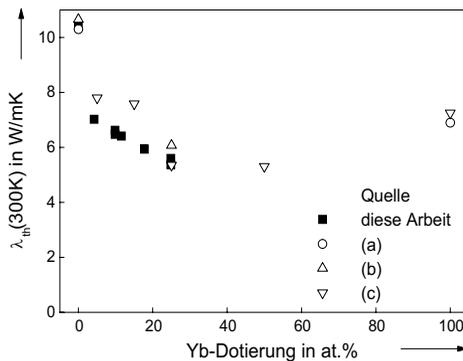
für  $0,04 < c_{dot} < 0,25$ . Für undotiertes YAG wurde an die Messwerte die Funktion

$$\lambda_{th} = 10,41 \cdot \left( \frac{204\text{K}}{T - 96\text{K}} \right) \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \quad (5.8)$$

angepasst. Die Wärmeleitfähigkeit von  $\lambda_{th}(300\text{K}) = 10,41 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  stimmt dabei gut mit neueren Literaturwerten überein.

Auffällig ist, dass die Wärmeleitfähigkeit bereits bei geringen Ytterbium-Dotierungen gegenüber der des undotierten YAG stark abnimmt, die weitere Abnahme bei höherer Dotierung jedoch schwach ausgeprägt ist. In Abb. 5.10 ist die gemessene Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Dotierung im Vergleich mit Werten aus der Literatur dargestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Werten, insbesondere in Bezug auf die deutliche Abnahme der Wärmeleitfähigkeit im dotierten Material. Die Ursache dafür liegt vermutlich in der Störung des Kristallgitters, die bereits bei geringen Dotierungen zu einer deutlich reduzierten freien Weglänge der Phononen führt. Diese Vermutung wird durch die Tatsache gestützt, dass die Wärmeleitfähigkeit bei einer Dotierung von 100 at.%, also für reines YbAG, wieder größer ist als bei Dotierungen von 20-50 at.%.

Neben Proben, die bei  $1600 \text{ }^\circ\text{C}$  „getempert“, d.h. über eine Zeitdauer von mehreren Stunden in sauerstoffhaltiger Atmosphäre gelagert wurden, wurden auch ungetemperte Proben mit einer Dotierung von 9,8 at.% bzw. 24,9 at.% untersucht. Im Rahmen der Messgenauigkeit konnte kein Unterschied in der Wärmeleitfähigkeit festgestellt werden. Farbzentren, die sich bei der Kristallzucht bilden [61] und in den ungetemperten Proben noch vorhanden sind, haben also keinen nennenswerten Einfluss auf die Wärmeleitfähigkeit.



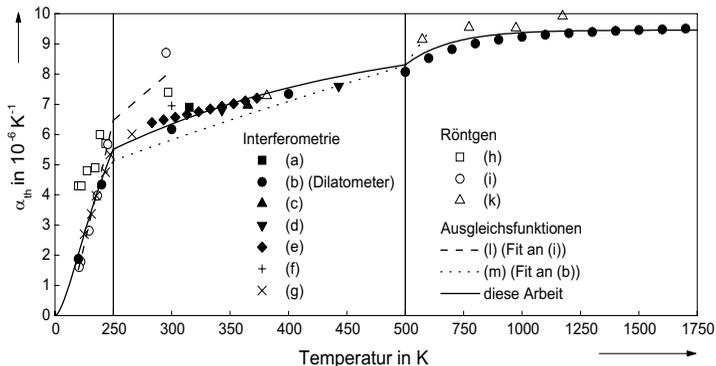
**Abbildung 5.10:** Dotierungsabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von Yb:YAG bei einer Referenztemperatur von  $T = 300 \text{ K}$ ; (a)=[86], (b)=[65], (c)=[64]

### 5.2.2 Temperaturabhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten

Für die Messung des linearen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{th}$ , der die relative Längenänderung in einer Kristallrichtung bei Temperaturänderung beschreibt, werden im Wesentlichen drei Methoden verwendet: die röntgenografische Bestimmung der Gitterkonstanten, die interferometrische Bestimmung der Längenausdehnung und die Messung der relativen Längenausdehnung im Vergleich zu einer Referenzprobe in einem Dilatometer. In Abb. 5.11 sind die mit diesen Verfahren ermittelten Werte aus der Literatur dargestellt. Dabei beruhen die in [84, 95] angegebenen und oft zitierten Werte offensichtlich auf einer fehlerhaften Auswertung der Messdaten, wie bereits in [94, 98] festgestellt. In Abb. 5.11 sind daher neben den Werten aus [84, 95] auch die entsprechend korrigierten Werte dargestellt. Letztere stimmen für niedrige Temperaturen sehr gut mit Daten aus der jüngeren Literatur überein. Da der Messfehler des röntgenografischen Verfahrens jedoch wesentlich größer ist als der interferometrischer Verfahren, wurden diese Werte bei der Bestimmung einer Ausgleichsfunktion nicht berücksichtigt. Eine Ausgleichsfunktion muss die Bedingung  $\alpha_{th} \rightarrow 0 \text{ K}^{-1}$  für  $T \rightarrow 0 \text{ K}$  erfüllen und gleichzeitig den Messergebnissen zufolge bei hohen Temperaturen einen konstanten Wert für den Ausdehnungskoeffizienten liefern. Eine der möglichen Ausgleichsfunktionen, die diese Bedingungen erfüllt und in dieser Arbeit verwendet wird, hat die Form

$$\alpha_{th}(T) = 9,459 \cdot 10^{-6} (1 - \exp(-5,23 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} T))^{1,71} \text{ K}^{-1}. \quad (5.9)$$

Für den typischen Temperaturbereich von 250 K - 500 K im Scheibenlaserbetrieb gibt diese Funktion die Messwerte aus der Literatur besser wieder als die Ausgleichsfunktionen aus [45] und [97], wie man in Abb. 5.11 sieht. Eine genaue Kenntnis des



**Abbildung 5.11:** Werte zum linearen Ausdehnungskoeffizienten aus der Literatur mit in dieser Arbeit verwendeter Ausgleichsfunktion; (a)=[89], (b)=[90], (c)=[91], (d)=[92], (e)=[83], (f)=[93], (g)=[94], (h)=[84], (i)=[95] mit korrigierter Auswertung, (k)=[96], (l)=[97], (m)=[45]

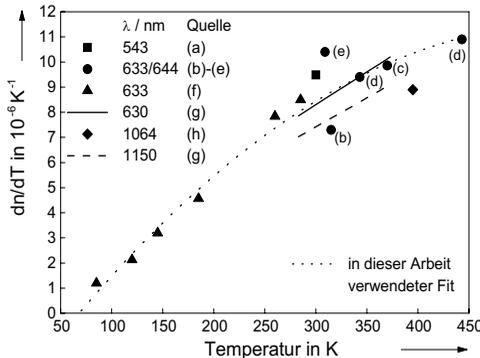
Ausdehnungskoeffizienten ist sowohl für die Bestimmung der thermischen Linse als auch der thermisch induzierten Spannungen von Bedeutung. Dabei führt die Temperaturabhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten zu bis um einen Faktor 2 höheren Spannungen als es bei einem konstanten Ausdehnungskoeffizienten der Fall wäre [45, 99].

### 5.2.3 Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex

Die Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex wird typischerweise mit Hilfe interferometrischer Methoden bestimmt. Dabei ergibt sich der thermo-optische Koeffizient  $\partial n/\partial T$  aus der gemessenen Temperaturabhängigkeit des optischen Weges durch eine Probe unter Berücksichtigung des bekannten Brechungsindex bei einer Referenztemperatur und des thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{th}$ . Die Unsicherheit in der Bestimmung des thermo-optischen Koeffizienten wird dabei durch die Genauigkeit bei der Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten dominiert. In Abb. 5.12 sind die Ergebnisse verschiedener Veröffentlichungen dargestellt. Die Messungen wurden mehrheitlich bei einer Wellenlänge von 633 nm durchgeführt. Prinzipiell hängt zwar der thermo-optische Koeffizient von der Wellenlänge ab, wie auch die Ergebnisse in [83] zeigen, allerdings ist die Streuung der hier zusammengestellten Werte so groß, dass sich keine Aussage über die Wellenlängenabhängigkeit bei YAG treffen lässt. Aus diesem Grund wird an alle in Abb. 5.12 dargestellten Werte ein Polynom 2. Grades angepasst, das die Temperaturabhängigkeit des thermo-optischen Koeffizienten beschreibt:

$$\frac{\partial n}{\partial T} = (-3,5 + 0,0548 \cdot T - 5 \cdot 10^{-5} \cdot T^2) \cdot 10^{-6} K^{-1}. \quad (5.10)$$

Für eine Temperatur von 300 K ergibt sich dabei ein Wert von  $\partial n/\partial T = 8,44 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ .



**Abbildung 5.12:** Werte zum thermo-optischen Koeffizienten aus der Literatur mit in dieser Arbeit verwendeter Ausgleichsfunktion; (a)=[93], (b)=[89], (c)=[91], (d)=[92], (e)=[100], (f)=[94], (g)=[83], (h)=[82]

## 5.3 Zusammenfassung der Materialparameter

Yb:YAG eignet sich im Vergleich zu anderen laseraktiven Medien aufgrund der spektralen Eigenschaften des Ytterbium-Ions und der thermo-mechanischen Eigenschaften des Wirtskristalls sehr gut zum Einsatz im Scheibenlaser. Bei einer Pumpwellenlänge von 940 nm und einer Emissionswellenlänge von 1030 nm beträgt der Stokes-Defekt zwischen einem Pump- und einem Laserphoton lediglich 8,7 %. Verglichen mit dem Stokes-Defekt des verbreiteten Festkörperlasermediums Nd:YAG, der 26,1 % beträgt, führt dies einerseits zu einem höheren differentiellen Wirkungsgrad und andererseits zu einer geringeren Wärmeerzeugung und damit geringeren thermo-mechanischen Spannungen und einer geringeren thermischen Linse. Gleichzeitig verhindert das einfache Termschema des  $\text{Yb}^{3+}$ -Ions das Auftreten von zusätzlichen Effekten wie Absorption aus angeregten Zuständen, Aufkonversion oder Kreuzrelaxation, die im Falle von Nd:YAG und anderen laseraktiven Materialien den Wirkungsgrad deutlich verringern können. Da der Unterschied in der Laserwellenlänge beider Materialien für die überwiegende Zahl von Anwendungen, und insbesondere für die Materialbearbeitung, von untergeordnetem Interesse ist, überwiegen die Vorteile von Yb:YAG, sofern man, wie im Scheibenlaserdesign möglich, die Verluste aufgrund der Reabsorption auf der Laserwellenlänge gering halten kann.

Die wichtigsten Parameter, die in der Modellierung verwendet werden, sind in Tab. 5.2 für eine Ytterbium-Dotierung von 10 at.% noch einmal zusammengefasst.

Parameter	Symbol	Wert
max. Absorptionswirkungsquerschnitt	$\sigma_{abs}$	$7,7 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^2$ ( $T = 300 \text{ K}$ )
max. Emissionswirkungsquerschnitt	$\sigma_{em}$	$2,1 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$ ( $T = 300 \text{ K}$ )
Quanteneffizienz	$\eta_q$	100 %
Fluoreszenzlebensdauer	$\tau_f$	951 $\mu\text{s}$
Brechungsindex	$n$	1,82
thermo-optischer Koeffizient	$dn/dT$	$8,44 \cdot 10^{-6}$ ( $T = 300 \text{ K}$ )
Elastizitätsmodul	$E_{elast}$	284 GPa
Poissonzahl	$\nu$	0,25
Ausdehnungskoeffizient	$\alpha_{th}$	$6,34 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ( $T = 300 \text{ K}$ )
Wärmeleitfähigkeit	$\lambda_{th}$	6,55 W/mK ( $T = 300 \text{ K}$ )

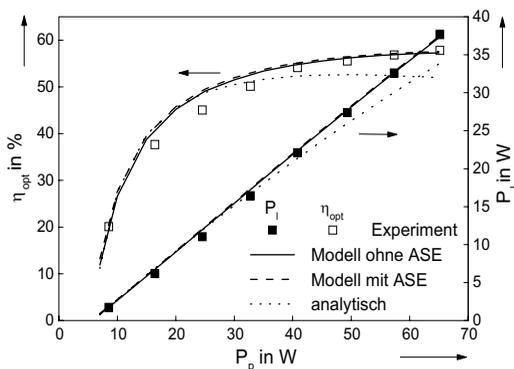
**Tabelle 5.2:** In der Modellierung verwendete Materialparameter von Yb:YAG bei einer Dotierung von 10%

# 6 Vergleich zwischen Modell und Experiment

Um anhand des numerischen Modells verlässliche Voraussagen über optimale Ausgangsparameter oder über das Verhalten bei der Skalierung zu hohen Leistungen treffen zu können, ist es notwendig, zunächst die Ergebnisse von Modellrechnungen mit vorhandenen experimentellen Daten abzugleichen. Im Folgenden werden daher zunächst exemplarisch an zwei verschiedenen Systemen experimentell ermittelte Ausgangsleistungen und Wirkungsgrade mit berechneten Werten verglichen und typische Ergebnisse numerischer Rechnungen zum Dauerstrich-Betrieb vorgestellt. Desweiteren wird ein Vergleich von Messungen zur verstärkten spontanen Emission und zur thermischen Linse mit entsprechenden Modellrechnungen dargestellt.

## 6.1 Ausgangsleistung und Wirkungsgrad

In Abb. 6.1 sind experimentell erreichte Ausgangsleistungen und Wirkungsgrade im Vergleich mit den Ergebnissen analytischer und numerischer Modellrechnungen dargestellt. Für das Experiment wurde dabei eine Parabolspiegel-Pumpoptik mit 16 Pump-



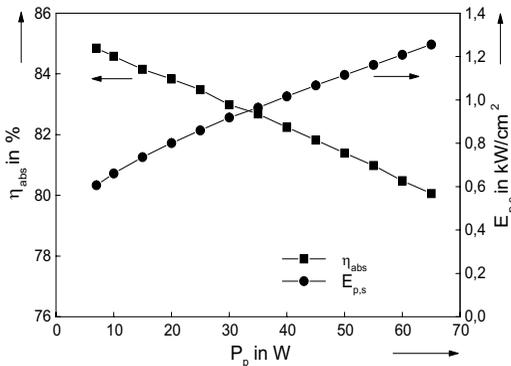
**Abbildung 6.1:** Höchster erreichter Wirkungsgrad bei Raumtemperatur mit 16 Pumpstrahlungsdurchgängen [17, 101]: Vergleich zwischen experimentellen Daten und verschiedenen Modellrechnungen

strahlungsdurchgängen, d.h. 8 Reflexionen an der Kristallrückseite, und fasergekoppelte Laserdioden mit einer nominellen Leistung von 60 W verwendet [17, 101]. Der Yb:YAG-Kristall hat eine Dotierung von 8,4 at.%, eine Dicke von 240  $\mu\text{m}$  und einen Durchmesser von 7 mm. Der Kristall ist mit Indium auf eine 1 mm dicke Kupferplatte montiert, die von der Rückseite mit Wasser bei einer Temperatur von 15 °C gekühlt wird. Die Dicke der Indiumschicht wurde nicht gemessen, für die Rechnungen wird eine Dicke von 100  $\mu\text{m}$  angenommen. Mit diesem Aufbau wurde mit  $\eta_{opt} = 58\%$  der bisher höchste optisch-optische Wirkungsgrad für Yb:YAG-Scheibenlaser bei Raumtemperatur und 16 Pumpstrahlungsdurchgängen gemessen. Die Rechnung anhand des analytischen Modells wurde unter Berücksichtigung des experimentell ermittelten Reflexionsgrades des Parabolspiegels von  $\rho_{Para} = 0,983$  [102] durchgeführt. Für den Absorptionskoeffizienten von Yb:YAG wurde ein effektiver, temperaturabhängiger Wert verwendet, der sich aus der Faltung eines gaußförmigen Spektrums mit einer vollen Halbwertsbreite von 4 nm mit dem temperaturabhängigen Absorptionsspektrum ergibt. Die einfallende Leistungsdichte wurde unter Berücksichtigung der verwendeten Kollimationsoptik und des Schrägeinfalls auf den Kristall berechnet und beträgt bei  $P_p = 65\text{ W}$   $E_p = 6,6\text{ kW/cm}^2$ . Für die resonatorinternen Verluste wurde, wie bei den numerischen Rechnungen, ein Wert von  $L_{int} = 0,1\%$  angenommen. Dieser Wert stimmt recht gut mit dem an einem anderen Aufbau ermittelten Wert von  $L_{int} = 0,15\%$  überein, bei dem aufgrund eines größeren gepumpten Durchmessers höhere Verluste erwartet werden [103]. Wie man in Abb. 6.1 erkennt, weicht das Ergebnis der analytischen Rechnung bis zu 10 % von den experimentellen Werten ab. Sowohl der differentielle als auch der maximale Wirkungsgrad sind zu niedrig. Letzteres ist darauf zurückzuführen, dass im analytischen Modell lediglich axiale Wärmeflüsse berücksichtigt werden. Bei dem hier vorliegenden Verhältnis zwischen Durchmesser des gepumpten Volumens und Kristalldicke von 5:1 führen jedoch radiale Wärmeflüsse zu einer deutlichen Erniedrigung der Kristalltemperatur und damit zu einem höheren Wirkungsgrad. Aus diesem Grund liefert die numerische Simulation genauere Werte, die hier sehr gut mit den experimentellen Werten übereinstimmen. Abweichungen bei kleinen Pumpleistungen können darauf zurückgeführt werden, dass im Experiment die Pumpwellenlänge aufgrund der Erwärmung der Laserdioden mit der Pumpleistung zunimmt und sich erst bei maximaler Pumpleistung im Optimum befindet, was in der Rechnung nicht berücksichtigt wurde.

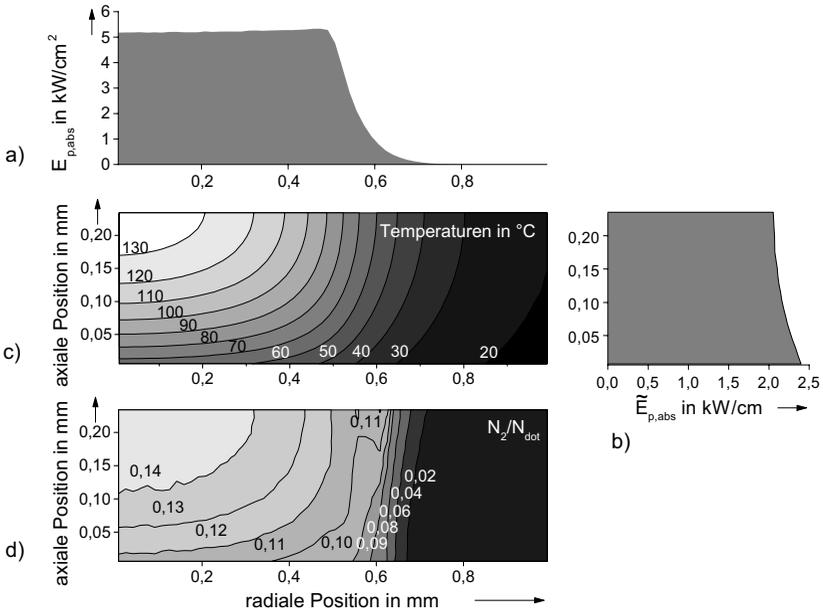
Für die numerischen Rechnungen unter Berücksichtigung der verstärkten spontanen Emission wurden die Reflexionsgrade einer standardmäßig eingesetzten AR- und HR-Beschichtung verwendet, die in Kap. 8.5.2 näher beschrieben wird. Reflexionen der Fluoreszenzphotonen an der Mantelfläche des Kristalls wurden nicht berücksichtigt. Man erkennt, dass in dieser Geometrie der Einfluss der verstärkten spontanen Emission auf den Wirkungsgrad vernachlässigbar ist. Der Verlust an gespeicherter Energie durch induzierte Emission wird durch Reabsorption der spontanen Fluoreszenz innerhalb des gepumpten Volumens kompensiert, und der maximale Wirkungsgrad nimmt um etwa 0,3 % zu gegenüber einer Rechnung ohne Berücksichtigung dieser Effekte. Bei anderen Betriebsparametern ist der Einfluss auf den Wirkungsgrad stärker ausgeprägt, wie in Kap. 8.5.2.1 ausführlicher diskutiert wird.

Im Folgenden sollen einige weitere Ergebnisse der numerischen Rechnungen für dieses Modell dargestellt werden, die zum Verständnis des Systems Scheibenlaser beitragen. In Abb. 6.2 ist die Abhängigkeit des Absorptionsgrades und der Schwellpumpleistungsdichte von der Pumpleistung aufgetragen. An der Laserschwelle beträgt der Absorptionsgrad  $\eta_{abs} = 85\%$ , wobei 5% der Pumpleistung nach 16 Kristalldurchgängen die Pumpoptik wieder verlässt und 10% hauptsächlich durch Streuung am Parabolspiegel für den Pumpprozess verloren geht. Mit zunehmender Pumpleistung nimmt der Absorptionsgrad wegen der steigenden Kristalltemperatur ab. Gleichzeitig nimmt die Schwellpumpleistungsdichte zu, einerseits wegen des abnehmenden Absorptionsgrades und andererseits wegen der zunehmenden thermischen Besetzung des unteren Laserniveaus und des abnehmenden Emissionswirkungsquerschnitts. Man kann hier von einer „virtuellen“ Laserschwelle sprechen, die mit der Pumpleistung zunimmt und dadurch den differentiellen Wirkungsgrad verringert. Bezogen auf diese „virtuelle“ Schwelle ergibt sich bei voller Pumpleistung ein differentieller Wirkungsgrad von  $\eta_{diff} = 70,8\%$ , im Gegensatz zum experimentell bestimmten differentiellen Wirkungsgrad von  $\eta_{diff} = 64,2\%$ .

In Abb. 6.3 ist die berechnete Temperaturverteilung innerhalb des Kristalls dargestellt, zusammen mit der Verteilung der absorbierten Pumpleistung in radialer und axialer Richtung und der Besetzungsdichten des oberen Multipletts im Laserbetrieb bei voller Pumpleistung. Die Temperaturverteilung zeigt deutlich das Auftreten radialer Temperaturgradienten innerhalb des gepumpten Durchmessers, die zur Verringerung der Kristalltemperatur beitragen. Die maximale Kristalltemperatur beträgt  $136\text{ }^\circ\text{C}$ , die mittlere Kristalltemperatur, gewichtet mit der Verteilung der absorbierten Pumpleistung, jedoch nur  $87\text{ }^\circ\text{C}$ . Die radiale Verteilung der absorbierten Pumpleistung ist annähernd „top-hat“-förmig mit einem Randabfall, der durch Abbildungsfehler der Pumpoptik, wie etwa Astigmatismus, und den Schrägeinfall auf den Kristall verursacht wird. In axialer Richtung variiert die absorbierte Pumpleistungsdichte um



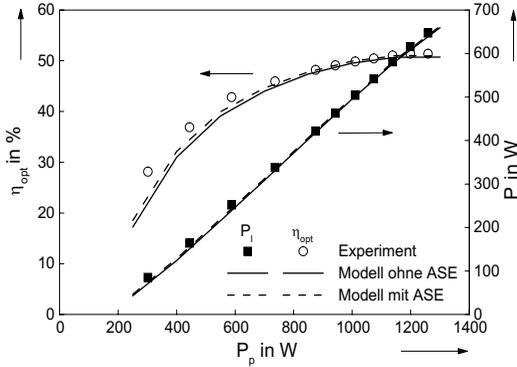
**Abbildung 6.2:** Berechnete Abhängigkeit des Absorptionsgrades und der Schwellpumpleistungsdichte von der Pumpleistung im numerischen Modell



**Abbildung 6.3:** Berechnete Verteilung verschiedener Größen bei 65 W Pumpleistung: absorbierte Pumpleistungsdichte in a) radialer, b) axialer Richtung; c) Temperatur; d) Besetzungsdichte im oberen Multiplett

etwa 15 %, wobei wegen der geringeren Kristalltemperatur in Richtung der gekühlten Kristallseite die Absorption größer ist. Die Besetzungsdichte im oberen Lasermultiplett resultiert schließlich aus der Verteilung der absorbierten Pumpleistung und der Temperatur. Dabei nimmt die Inversion aufgrund der zunehmenden Reabsorption der Laserstrahlung mit der Temperatur zu. Die erreichten Besetzungsdichten von 10-14 % im gepumpten Volumen sind hier deutlich höher als beispielsweise bei vergleichbaren Nd:YAG-Stablasersystemen und führen in diesem konkreten Fall zu einer Abnahme des Absorptionsgrades um etwa 4 %.

Das numerische Modell stimmt auch bei höheren Pumpleistungen, d.h. größeren gepumpten Durchmessern, gut mit experimentellen Ergebnissen überein, wie bereits in [13, 103, 104] dargestellt. Hier soll exemplarisch der Vergleich zwischen experimentellen und berechneten Werten für die derzeit höchste Ausgangsleistung, die am Institut für Strahlwerkzeuge aus einer Kristallscheibe erreicht wurde [12, 13], gezeigt werden (s. Abb. 6.4). Die Yb:YAG-Kristallscheibe hat eine Dotierung von 9 at.%, eine Dicke von 224  $\mu\text{m}$ , einen Durchmesser von 10 mm und ist mit einer 240  $\mu\text{m}$  dicken Indiumschicht auf eine 1 mm starke Kupferplatte montiert. Es wurde eine Parabolspiegel-Pumpoptik mit 16 Pumpstrahlungsdurchgängen verwendet, als Pumpstrahlungsquelle stand ein aus Diodenlaserstapeln bestehendes Modul zur Verfügung, dessen Strah-



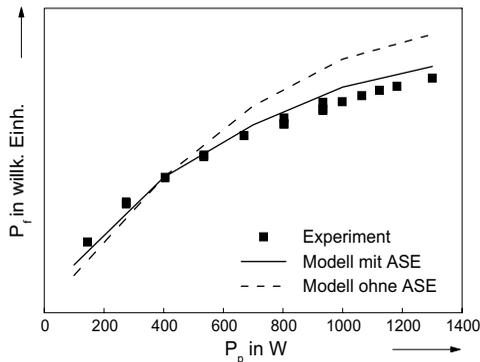
**Abbildung 6.4:** Experimentell bestimmte und anhand des numerischen Modells mit bzw. ohne Berücksichtigung der verstärkten spontanen Emission berechnete Ausgangsleistung und optisch-optischer Wirkungsgrad für 16 Pumpstrahlungsdurchgänge bei Raumtemperatur

lung zur Homogenisierung in einen Glasstab mit einem Durchmesser von 3,5 mm eingekoppelt wurde. Für die numerische Simulation wurde das radiale Profil der absorbierten Pumpleistung im Kristall, das durch Aufnahme der Fluoreszenzstrahlung mittels einer CCD-Kamera bestimmt wurde [105], für die Verteilung der einfallenden Pumpleistungsdichte berücksichtigt. Es ergeben sich ein gepumpter Durchmesser von  $D_p = 6,5$  mm und eine maximale Pumpleistungsdichte von  $7 \text{ kW/cm}^2$ . Für die Rechnungen wird das gemessene Pumpstrahlungsspektrum und eine lineare Verschiebung der zentralen Pumpwellenlänge mit der Pumpleistung aufgrund der Erwärmung der Laserdioden verwendet. Ebenfalls berücksichtigt werden Streuverluste am Parabolspiegel von 2 % pro Reflexion und resonatorinterne Verluste von  $L_{int} = 0,1$  %. Für die Berechnung der verstärkten spontanen Emission werden die winkelabhängigen Reflexionsspektren der AR- und HR-Beschichtung verwendet sowie Reflexionen an der Mantelfläche des Kristalls vernachlässigt. Wie man in Abb. 6.4 erkennt, ergibt sich auch für diesen Aufbau eine gute Übereinstimmung zwischen Modellrechnung und Experiment. Die Differenz im maximalen optischen Wirkungsgrad beträgt lediglich 0,4 %. Nahe der Schwelle ist die Abweichung größer, was zum einen auf einer leistungsabhängigen Änderung des Pumpprofils beruhen kann, zum anderen auf einer vom angenommenen linearen Verlauf abweichenden Verschiebung des Pumpspektrums. In dieser Anordnung ist ebenfalls der Einfluss der verstärkten spontanen Emission auf den Wirkungsgrad zu vernachlässigen.

## 6.2 Verstärkte spontane Emission

Die im Laserkristall innerhalb der Grenzwinkel der Totalreflexion umlaufende und durch induzierte Emission verstärkte spontane Emission ist einer direkten Messung nicht zugänglich. Gleichfalls ist die Bestimmung der insbesondere in radialer Richtung verstärkten und am Kristallrand austretenden Fluoreszenzleistung experimentell schwierig. Hier wurde daher ein indirektes Verfahren gewählt, um das Modell in diesem Punkt zu verifizieren. Dazu wurde ohne Resonator bei einem gepumpten Durchmesser von  $D_p = 6,4$  mm die aus der Stirnfläche des Kristalls innerhalb eines Durchmessers von etwa 4 mm austretende Fluoreszenzleistung mittels einer Linse auf einen Leistungsdetektor abgebildet. Abb. 6.5 zeigt die auf diese Weise gemessene Abhängigkeit der Fluoreszenzleistung von der Pumpleistung [105]. Für die numerischen Simulationsrechnungen wurde sowohl die gemessene Verteilung der absorbierten Pumpleistung als auch die Verschiebung des Diodenspektrums mit der Pumpleistung berücksichtigt. Für die Berechnung der verstärkten spontanen Emission wurden die Reflexionsspektren der in Kap. 8.5.2 beschriebenen typischen Antireflex- und hochreflektierenden Beschichtung verwendet sowie Reflexionen an der Mantelfläche des Kristalls vernachlässigt.

Die experimentellen Werte zeigen eine deutliche Sättigung der Fluoreszenzleistung mit zunehmender Pumpleistung. Die Daten der numerischen Rechnung ohne Berücksichtigung der verstärkten spontanen Emission zeigen ebenfalls bereits eine Sättigung, die auf das Abnehmen der Absorption aufgrund der zunehmenden Inversion und der steigenden Kristalltemperatur zurückzuführen ist. Erst unter Berücksichtigung der verstärkten spontanen Emission und damit der durch induzierte Emission reduzierten Inversion innerhalb des zentralen Bereiches des gepumpten Volumens ergibt sich je-



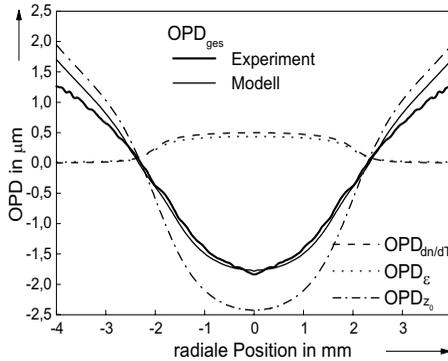
**Abbildung 6.5:** Gemessene Abhängigkeit der ohne Resonator aus einem begrenzten Volumen emittierten Fluoreszenzleistung von der Pumpleistung im Vergleich zu berechneten Werten mit und ohne Berücksichtigung der verstärkten spontanen Emission

doch eine bessere Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment. Verbleibende Abweichungen können darauf zurückzuführen sein, dass in der Rechnung Reflexionen der Fluoreszenzphotonen an der Mantelfläche vernachlässigt wurden, die in der Realität bei erneutem Durchgang durch den Kristall zu einem weiteren Abbau der Inversion durch induzierte Emission führen. Die Berücksichtigung idealer Fresnelreflexion an der Mantelfläche führt jedoch im Modell zur Ausbildung parasitärer Moden, die innerhalb der Grenzwinkel der Totalreflexion im Kristall umlaufen und die Inversion und damit die Fluoreszenz auf einen konstanten Wert begrenzen. Dies wird im Experiment nicht beobachtet, was auf zusätzliche Streuung am Kristallrand zurückgeführt werden kann, der typischerweise unpoliert ist und damit eine gewisse Rauigkeit aufweist. Da die Berücksichtigung der verstärkten spontanen Emission nur einen geringen Einfluss auf den berechneten Wirkungsgrad im Dauerstrich-Betrieb hat, ist die hier unter Vernachlässigung von Kristallrandreflexionen erreichte Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment ausreichend.

### 6.3 Thermische Linse

Die Berechnung der „thermischen Linse“ erfordert neben der Verteilung der Wärmequellen in Kristall und Kontaktierung eine genaue Kenntnis der thermischen und elastischen Parameter der verschiedenen Materialien und der mechanischen Randbedingungen. Da die Materialparameter zum Teil nur ungenügend bekannt sind, was insbesondere auf die hochreflektierende Beschichtung und das zur Kontaktierung verwendete Indium zutrifft, gleichzeitig aber thermische Deformationen im Mikrometerbereich für das Profil der thermischen Linse ausschlaggebend sind, ist die Berechnung mit einem relativ großen Fehler behaftet. Gleichwohl konnte eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment erzielt werden, wie im Folgenden an einem Beispiel dargestellt.

Für das Experiment [106] wurde ein Yb:YAG-Kristall mit einer Dotierung von 9 at.%, einem Durchmesser von 10 mm und einer Dicke von 184  $\mu\text{m}$  verwendet, der mit 16 Pumpstrahlungsdurchgängen bei einer Pumpleistung von 972 W auf einem Durchmesser von 4,6 mm gepumpt wurde. Der Kristall ist mit einer 340  $\mu\text{m}$  starken Indiumschicht auf eine 1,1 mm dicke Kupferscheibe montiert. Mittels eines Interferometers in Michelson-Anordnung wurde bei einer Wellenlänge von etwa 980 nm das Profil der optischen Weglängendifferenz (engl. „optical phase difference“, OPD) bei zweimaligem Durchgang durch den Kristall, d.h. einschließlich der Reflexion an der Kristallrückseite, im Laserbetrieb gemessen. Nach Abzug des bereits ohne Pumpleistung vorhandenen Profils, das durch nach der Kristallpolitur verbleibende Kristalldickenvariationen und durch Deformationen, verursacht durch den Beschichtungs- und Montageprozess, entsteht, erhält man das allein durch den Pump- und Laserprozess induzierte Profil der thermischen Linse. Ein symmetrisierter Schnitt durch dieses Profil ist in Abb. 6.6 dargestellt, im Vergleich zum berechneten Profil. Da der absolute Wert der Weglängendifferenz hier ohne Bedeutung ist, wurden die Profile der besseren Vergleichbarkeit wegen so normiert, dass sie am Rand des gepumpten Durchmessers den



**Abbildung 6.6:** Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Profil der optischen Weglängendifferenz (OPD) im Laserbetrieb mit Darstellung der einzelnen Beiträge zum berechneten Profil

Wert Null annehmen. Für die Rechnungen wurde dabei die per Kamera anhand der Fluoreszenzstrahlung gemessene Verteilung der absorbierten Pumpleistung verwendet und die durch eine Standard-Beschichtung (s. Kap. 8.5.2) transmittierte und in der Kontaktierung absorbierte verstärkte spontane Emission berücksichtigt. Es wurde ein Wasserdruck von 4 bar auf der Unterseite der Kupferscheibe angenommen. Neben der gesamten Weglängendifferenz sind in Abb. 6.6 auch deren verschiedene Anteile dargestellt, die aus dem temperaturabhängigen Brechungsindex ( $\text{OPD}_{dn/dT}$ ), der thermischen Ausdehnung in axialer Richtung ( $\text{OPD}_{\epsilon}$ ) und der Deformation der Kristallrückseite ( $\text{OPD}_{z_0}$ ) resultieren. Der Unterschied in der optischen Weglängendifferenz zwischen radial und azimuthal polarisierter Strahlung aufgrund von spannungsinduzierter Doppelbrechung beträgt maximal 80 nm. Die für unpolarisierte Strahlung aus beiden Anteilen gemittelte Weglängendifferenz beträgt maximal 20 nm und ist daher in Abb. 6.6 nicht dargestellt. Wie man sieht, setzt sich die gesamte thermische Linse zusammen aus einer Verbiegung der Kristallrückseite, die sich über den gesamten Kristall erstreckt und eine defokussierende Wirkung hat, sowie einer auf den gepumpten Bereich beschränkten fokussierenden Wirkung von thermo-optischem Effekt und thermischer Ausdehnung. Für ein großes Verhältnis von gepumpten Durchmesser zu Kristalldicke, wie in diesem Beispiel, resultiert daraus eine insgesamt defokussierende Wirkung, für kleine Verhältnisse eine fokussierende Wirkung (s.a. Kap. 8.3).

Insgesamt ergibt sich innerhalb des gepumpten Durchmessers eine gute Übereinstimmung zwischen experimenteller und berechneter Weglängendifferenz. Außerhalb des gepumpten Durchmessers, wo die Form der thermischen Linse allein durch die Verbiegung der Kristallrückseite bestimmt wird, sind die Abweichungen größer. Eine mögliche Ursache dafür ist die Verhärtung, die das Indium durch die plastische Deformation beim Aufpressen des Kristalls erfährt und die im Modell mangels genauerer Daten unberücksichtigt bleibt. Diese Verhärtung führt dazu, dass die Verbiegung des Kristalls real geringer ist als hier berechnet. Das reale Profil der thermischen Linse hat dadurch

größere asphärische Anteile als das berechnete und die anhand des Profils berechneten Beugungsverluste für einen optimalen Grundmodedurchmesser von 3,3 mm (s. Kap. 7.7) sind mit 7,8 % größer als für das berechnete Profil mit 4,6 %. Die berechneten effektiven Brennweiten der thermischen Linsen stimmen dagegen mit  $f_L = -1,5$  m auf 0,5 % überein. Im Rahmen der Genauigkeit der Rechnung ergibt sich daher eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment.

# 7 Optimierung der Auslegungsparameter des Scheibenlasers

Ein wesentliches Ziel der Entwicklung des numerischen Modells zum Scheibenlaser ist die Bestimmung der optimalen Auslegungsparameter des Yb:YAG-Scheibenlasers. Dazu gehören insbesondere die Bestimmung der optimalen Kristalldicke zur Maximierung des optisch-optischen Wirkungsgrades, die Untersuchung des Einflusses der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge, der Kühltemperatur, der Pumpleistungsdichte, der resonatorinternen Verluste, der Dotierung, des Pumpprofils und der spektralen Charakteristik der Pumpstrahlungsquelle auf den Wirkungsgrad. Prinzipiell sind diese Größen alle miteinander korreliert, so dass der Einfluss eines Parameters auf den Wirkungsgrad jeweils von den Werten aller anderen Parameter abhängt. Da diese Kopplung jedoch im Allgemeinen gering ist, ist es sinnvoll, die verschiedenen Parameter ausgehend von einem Bezugsmodell zu variieren und deren Einfluss getrennt zu untersuchen. Im Folgenden werden daher zunächst die standardmäßig verwendeten Parameter vorgestellt. Anschließend werden die optimalen Auslegungsparameter sowohl anhand des numerischen Modells als teilweise auch anhand des analytischen Modells bestimmt und der Einfluss der verschiedenen Betriebsparameter darauf diskutiert.

## 7.1 Daten des Bezugsmodells

Als Bezugsmodell wird der Aufbau eines Scheibenlasers gewählt, dessen Parameter weitestgehend denen eines am IFSW realisierten Systems für den Hochleistungs-Dauerstrichbetrieb entsprechen [12, 13, 103], s. Tab. 7.1.

Als Pumpoptik wird ein Parabolspiegelsystem wie in Kap. 2.1.3 beschrieben mit 16 Pumpstrahlungsdurchgängen durch den Kristall und einer Brennweite des Parabolspiegels von 60 mm verwendet. Dabei wird ein realistisch erreichbarer Reflexionsgrad des Parabolspiegels von 99 % angenommen. Derzeit eingesetzte diamantgedrehte und dielektrisch beschichtete Parabolspiegel aus Kupfer haben aufgrund von Streuverlusten, die aus dem Bearbeitungsprozess resultieren, Reflexionsgrade von 98,3 - 99,1 % [102]. Zur Kollimation der Pumpstrahlung wird im Modell eine ideale paraxiale Linse verwendet, der Abbildungsmaßstab der Strahlquelle auf den Kristall beträgt 1:1. Der radiale Abstand der Strahlquelle von der Symmetrieachse des Systems  $r_{ps}$  ist dabei hinsichtlich der Ausnutzung der vollen Apertur des Parabolspiegels optimiert. Es wird angenommen, dass die Pumpstrahlungsquelle auf einem Durchmesser von 4,6 mm homogen emittiert, wie es experimentell beispielsweise durch eine geeignete

Parameter	Symbol	Standardwert
<b>Pumpoptik</b>		
Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge	$M_p$	16
Reflexionsgrad des Parabolspiegels	$\rho_{Para}$	99 %
Brennweite des Parabolspiegels	$f_{Para}$	60 mm
Durchmesser des Parabolspiegels	$D_{Para}$	150 mm
radiale Koordinate der Strahlquelle	$r_{ps}$	36 mm
<b>Pumpstrahlungsquelle</b>		
Pumpleistung	$P_p$	1000 W
Durchmesser	$D_{ps}$	4,6 mm
Numerische Apertur mit 98 % Leistungsinhalt	$NA_{ps}$	0,1
zentrale Wellenlänge	$\lambda_p^0$	940,3 nm
volle Halbwertsbreite des Spektrums	$\Delta\lambda_p$	4 nm
<b>Kristall</b>		
Dotierung	$c_{dot}$	10 at.%
Dicke	$d_{Kr}$	200 $\mu\text{m}$
Durchmesser	$D_{Kr}$	12 mm
<b>HR-Beschichtung des Kristalls</b>		
Reflexionsgrad für Pumpstrahlung	$\rho_{HR}(\lambda_p)$	99,95 %
Reflexionsgrad für Laserstrahlung	$\rho_{HR}(\lambda_l)$	99,95 %
Transmissionsgrad für die Fluoreszenzleistung	$\tau_{Fl}$	10 %
<b>Kühlung</b>		
Wärmewiderstand der HR-Beschichtung	$R_{th}^{HR}$	8,74 $\text{Kmm}^2/\text{W}$
Indiumdicke	$d_{In}$	300 $\mu\text{m}$
Kupferdicke	$d_{Cu}$	1 mm
Wärmewiderstand der Fluid-Grenzschicht	$R_{th}^{Fluid}$	3 $\text{Kmm}^2/\text{W}$
Temperatur des Kühlmediums	$T_K$	15 °C
<b>Resonator</b>		
Anzahl der Kristalldurchgänge pro Umlauf	$M_r$	2
resonatorinterne Verluste pro Umlauf	$L_{int}$	0,1 %

**Tabelle 7.1:** Parametersatz des Bezugsmodells für die Berechnung der optimalen Auslegungsparameter

Einkopplung in einen Quarz-Glasstab annähernd realisiert wird. Durch den Schrägeinfall der Pumpstrahlung auf den Kristall in Kombination mit weiteren Abbildungsfehlern der Pumpoptik ergibt sich eine maximale einfallende Leistungsdichte von  $E_p = 4,25 \text{ kW/cm}^2$ .

Die Strahldichte  $L_{ps}$  der Strahlquelle ist definiert durch

$$L_{ps} = \frac{16}{\pi^2} \frac{P_p}{(D_{ps}\theta_{ps})^2}, \quad (7.1)$$

wobei  $D_{ps}$  der Durchmesser der Strahlquelle und  $\theta_{ps}$  deren voller Öffnungswinkel ist, der in guter Näherung der zweifachen numerischen Apertur entspricht. Bei einer Pumpleistung von 1000 W und einer numerischen Apertur von 0,1 hat die Strahlquelle damit eine Strahldichte von  $L_{ps} = 192 \text{ kW/cm}^2\text{sr}$ . Dieser Wert wurde gewählt, da sich damit auch 32 Pumpstrahlungsdurchgänge ohne Verluste an der Apertur des Parabolspiegels simulieren lassen. Er liegt um einen Faktor 1,3 über der Strahldichte vorhandener Pumpstrahlungsquellen, die bei einer Pumpleistung von 1300 W eine Strahldichte von  $146 \text{ kW/cm}^2\text{sr}$  besitzen. Andererseits sind bei einer Pumpleistung von 250 W fasergekoppelte Diodenlaser mit einer Strahldichte von  $580 \text{ kW/cm}^2\text{sr}$  kommerziell erhältlich, so dass der hier verwendete Wert für zukünftige Systeme realistisch ist. Es wird ein gaußförmiges spektrales Profil mit einer vollen Halbwertsbreite von 4 nm angenommen, für das bei einer zentralen Wellenlänge von 940,3 nm ein Maximum in der Absorption erreicht wird.

Die gewählte Kristalldicke von  $200 \mu\text{m}$  entspricht etwa der für eine Ytterbium-Dotierung von 10 at.% in dieser Anordnung optimalen Kristalldicke. Verluste an der Antireflex-Beschichtung auf der Kristallvorderseite werden vernachlässigt, da von der Kristallvorderseite reflektierte Strahlung innerhalb des Pumpstrahlenganges bzw. innerhalb des Resonators verbleibt. Für die hochreflektierende Beschichtung auf der Kristallrückseite wird hingegen ein reduzierter Reflexionsgrad von 99,95 % sowohl für die Pump- als auch die Laserstrahlung angenommen. In der Rechnung wird davon ausgegangen, dass nicht reflektierte Strahlung durch die Beschichtung transmittiert und in der dahinter liegenden Kristallkontaktierung absorbiert, d.h in Wärme umgewandelt wird. Da der Reflexionsgrad im Allgemeinen für geringe Einfallswinkel optimiert wird, ist die Transmission für spontan emittierte Fluoreszenz, die unter beliebig großen Winkeln auf die Beschichtung trifft, größer. Aus Rechnungen, in denen die verstärkte spontane Emission berücksichtigt wird, ergibt sich, dass die in Kap. 4.5 beschriebene typische HR-Beschichtung aus 9 Paaren von Siliziumdioxid- und Tantalpentoxidschichten etwa 10 % der spontan emittierten Fluoreszenzleistung transmittiert (s. Kap. 8.5.2.1). Der Beitrag dieser Leistung zur erzeugten Wärme wird ebenfalls berücksichtigt. Für diese Beschichtung ergibt sich unter der getroffenen konservativen Annahme einer Wärmeleitfähigkeit von  $\lambda_{th} = 0,35 \text{ W/mK}$  für beide Materialien bei einer Dicke von etwa  $3 \mu\text{m}$  ein Wärmewiderstand von  $R_{th}^{HR} = 8,74 \text{ Kmm}^2/\text{W}$ .

Für die Kontaktierung des Kristalls auf der Wärmesenke wird eine typische Indiumdicke von  $300 \mu\text{m}$  gewählt, die Kupferdicke beträgt 1 mm. Für die Kühlung der Unterseite der Kupferscheibe mittels Prallströmung lässt sich ein Wärmewiderstand von

$R_{th}^{Fluid} = 3 \text{ Kmm}^2/\text{W}$  zum Kühlmedium abschätzen (s. Kap. 4.5). Es wird der Betrieb bei Raumtemperatur, d.h. bei einer Kühlwassertemperatur von  $15^\circ\text{C}$  betrachtet.

Als Resonatorkonfiguration wird ein I-Resonator mit zweifachem Durchgang der Laserstrahlung durch den Kristall pro Resonatorumlauf gewählt. Es werden resonatorinterne Verluste von  $0,1\%$  angenommen, in guter Übereinstimmung mit experimentell bestimmten Verlusten von  $0,15\%$  an einem vergleichbaren Aufbau [103].

## 7.2 Ergebnisse des analytischen Modells

Aus den in Kap. 3.6 entwickelten analytischen Näherungsgleichungen lassen sich bereits einige Folgerungen für die optimale Auslegung eines Scheibenlasers ableiten:

- Die effektive Transparenzpumpleistungsdichte  $E_{t,eff}$  ist neben der Stokes-Effizienz bei Quasi-Drei-Niveau-Systemen eine wichtige Kenngröße. Bei verschwindenden resonatorinternen Verlusten und damit einer verschwindenden Resonatorschwelle lässt sich aus ihr der maximal erreichbare Wirkungsgrad berechnen:

$$\eta_{opt,max} = \eta_{St} \left( 1 - \frac{E_{t,eff}}{M_p E_p} \right) \left( 1 - \frac{\ln \frac{M_p E_p}{E_{t,eff}}}{\frac{M_p E_p}{E_{t,eff}} - 1} \right). \quad (7.2)$$

Dabei bezeichnet das erste Produkt den differentiellen Wirkungsgrad, der Term in der letzten Klammer enthält die Laserschwelle. Beide Terme werden durch das Verhältnis zwischen effektiver Transparenzpumpleistungsdichte und dem Produkt aus der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge und der einfallenden Pumpleistungsdichte bestimmt. Anhand dieser Gleichung erkennt man direkt einen der Systemvorteile des Scheibenlasers: Eine Erhöhung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge hat den gleichen Einfluss auf den erreichbaren Wirkungsgrad wie eine Erhöhung der Pumpleistungsdichte. Da die maximale Pumpleistungsdichte entweder durch die Strahlqualität der Pumpstrahlungsquelle oder durch thermisch induzierte Spannungen im Lasermaterial begrenzt ist, steht hier mit der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge ein zusätzlicher Parameter zur Steigerung des Wirkungsgrades zur Verfügung.

- Da für Quasi-Drei-Niveau-Systeme die Reabsorption und damit die effektive Transparenzpumpleistungsdichte mit der Temperatur zunimmt, erkennt man anhand Gl. 7.2 ebenfalls, dass sowohl der maximal erreichbare differentielle Wirkungsgrad abnimmt als auch die Laserschwelle mit der Kristalltemperatur zunimmt. Beides führt zu einem reduzierten Wirkungsgrad. Aus diesem Grund ist eine weitere wichtige Materialeigenschaft eine hohe Wärmeleitfähigkeit in Verbindung mit einem hohen Absorptionskoeffizienten, um eine möglichst geringe Kristalldicke verwenden zu können. Gleichzeitig ist eine gute Kühleffizienz für diese Materialien von großer Bedeutung für einen hohen Wirkungsgrad.
- Ab einer hinreichend großen Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen  $M_p$  nimmt die optimale Kristalldicke mit steigender Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen

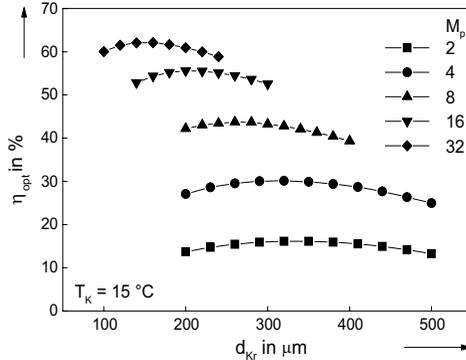
ab. Dabei ist das Produkt aus Kristalldicke  $d_{Kr}$  und Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge  $M_p$  nicht konstant, wie man an Gl. 3.38 sieht, sondern nimmt zu, was mit einer Erhöhung des optimalen Absorptionsgrades verbunden ist. Anschaulich liegt der Grund dafür darin, dass mit geringerer Kristalldicke die Anzahl der laseraktiven Ionen, die bis zur Transparenz gepumpt werden müssen, abnimmt. Die Schwellpumpleistungsdichte sinkt also, wie man auch an Gl. 3.39 erkennt. Aus der Gleichgewichtsbedingung Gl. 3.31 zwischen Schwelle und Absorptionsgrad folgt damit, dass der optimale Absorptionsgrad zunimmt. Eine Erhöhung der Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen hat also zwei Effekte: Zum einen sinkt die optimale Kristalldicke, was zu einer geringeren Laserschwelle führt. Zum anderen nimmt der optimale Absorptionsgrad zu, was zu einem höheren differentiellen Wirkungsgrad führt. Beide Effekte führen zu einem höheren optischen Wirkungsgrad. Hierin liegt einer der wesentlichen Vorteile des Scheibenlaserprinzips für den Betrieb von laseraktiven Materialien mit Quasi-Drei-Niveau-Eigenschaften.

- In diesem einfachen Modell existiert eine optimale Kristalldicke nur für laseraktive Materialien mit Reabsorptionsverlusten auf der Laserwellenlänge, d.h. nur für Drei-Niveau oder Quasi-Drei-Niveau-Systeme mit  $\sigma_{abs,l} > 0$  und damit  $E_{t,eff} > 0$ . Für Vier-Niveau-Systeme mit  $\sigma_{abs,l} = 0$  beträgt der optimale Absorptionsgrad  $\eta_{abs,opt} = 100\%$  und damit divergiert die optimale Kristalldicke.
- Die Dotierung hat weder einen Einfluss auf den optimalen Absorptionsgrad und damit auf den differentiellen Wirkungsgrad noch auf die Laserschwelle. Der Wirkungsgrad ist also hier unabhängig von der Dotierung. Dies gilt jedoch nur für die getroffene Annahme einer konstanten Temperatur des Lasermaterials. Da die optimale Kristalldicke mit der Dotierung abnimmt, führt dies über eine geringere mittlere Kristalltemperatur zu einem höheren Wirkungsgrad.

Nach diesen ersten qualitativen Folgerungen aus den analytischen Näherungsgleichungen soll im Folgenden der Einfluss verschiedener Parameter auf die optimale Auslegung anhand des numerischen Modells quantitativ untersucht werden.

### 7.3 Variation der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge

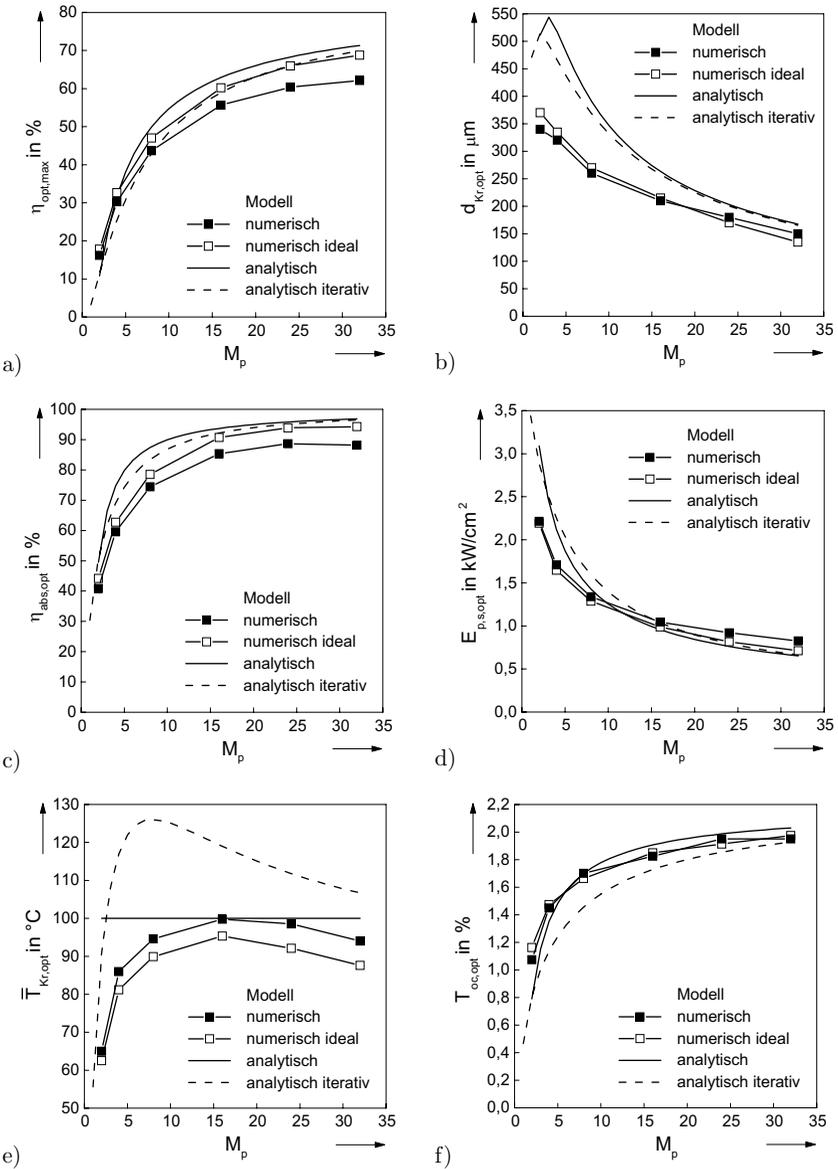
Zunächst wird der Einfluss der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge  $M_p$  durch den Kristall auf den Wirkungsgrad untersucht. Dazu wird im numerischen Modell für jeden Wert  $M_p$  die Kristalldicke in Schritten von 5 bis 20  $\mu\text{m}$  variiert und jeweils der optisch-optische Wirkungsgrad bei optimalem Auskoppelgrad berechnet. Abb. 7.1 zeigt die so berechnete Abhängigkeit des Wirkungsgrades von der Kristalldicke. Die Ergebnisse einzelner numerischer Rechnungen sind dabei wie in allen folgenden Abbildungen durch Symbole dargestellt, die der besseren Übersichtlichkeit wegen durch Linien verbunden sind. Neben der bereits diskutierten Abnahme der optimalen Kristalldicke mit der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge erkennt man, dass die Maxima des opti-



**Abbildung 7.1:** Abhängigkeit des optisch-optischen Wirkungsgrades von der Kristalldicke und der Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen im numerischen Modell

schen Wirkungsgrades relativ breit sind. Bei 16 Pumpstrahlungsdurchgängen variiert der optische Wirkungsgrad innerhalb eines Intervalls von 100  $\mu\text{m}$  um die optimale Kristalldicke um maximal 1 %, bei 32 Pumpstrahlungsdurchgängen beträgt die Breite des Intervalls noch 80  $\mu\text{m}$ . Dadurch sind zum einen die Anforderungen an die einzuhaltenen Toleranzen bei der Kristallpolitur relativ gering, zum anderen eröffnet dies die Möglichkeit, ohne wesentliche Einbuße im Wirkungsgrad geringere als die optimalen Kristalldicken einzusetzen, was unter anderem zu einer verringerten thermischen Linse führt (s. Kap. 8.3).

In Abb. 7.2a-f) sind die jeweils maximalen optischen Wirkungsgrade mit den zugehörigen optimalen Betriebsparametern aufgetragen. Die Schwellpumpleistungsdichte bezieht sich dabei auf die (virtuelle) Laserschwelle im Laserbetrieb bei voller Pumpleistung, die mittlere Kristalltemperatur entspricht dem mit der absorbierten Pumpleistungsdichte gewichteten Mittelwert der Temperaturverteilung im Kristall. Im Vergleich zu den Ergebnissen des numerischen Modells mit den Bezugsparametern aus Tab. 7.1 sind ebenfalls Ergebnisse eines „idealen“ numerischen Modells und analytischer Näherungslösungen aufgetragen. Im „idealen“ numerischen Modell wurde, ebenso wie bei den analytischen Rechnungen, von einem ideal reflektierenden Parabolspiegel ( $\rho_{Para} = 1$ ) und einer ideal reflektierenden HR-Beschichtung des Kristalls ( $\rho_{HR}(\lambda_p), \rho_{HR}(\lambda_l) = 1$ ) ausgegangen. Für die analytischen Berechnungen gemäß der in Kap. 3.6 dargestellten Näherungsgleichungen wurde als Kristalltemperatur zum einen eine feste Temperatur von  $\bar{T}_{Kr} = 100$  °C verwendet, die etwa der mittleren Kristalltemperatur bei 16 Pumpstrahlungsdurchgängen und optimaler Kristalldicke im numerischen Modell entspricht. Zum anderen wurde ein iteratives Verfahren verwendet, bei dem wiederholt für die jeweils optimale Kristalldicke die mittlere Kristalltemperatur anhand der analytischen Gleichung 3.30 und daraus wiederum die optimale Kristalldicke berechnet wurde (in Abb. 7.2 sind die Ergebnisse des letzteren Verfahrens mit „analytisch



**Abbildung 7.2:** Einfluss der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge  $M_p$  auf die optimalen Betriebsparameter im Vergleich verschiedener Modelle

iterativ“ bezeichnet).

Die numerischen Ergebnisse zum maximalen optisch-optischen Wirkungsgrad in Abb. 7.2a) zeigen die bereits im vorigen Abschnitt anhand der analytischen Gleichungen diskutierte Zunahme des Wirkungsgrades mit der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge, die durch eine Zunahme des optimalen Absorptionsgrades bei einer gleichzeitigen Abnahme der Schwellpumpleistungsdichte verursacht wird, wie auch in Abb. 7.2c) und d) zu erkennen ist. So beträgt in einem relativ einfach zu realisierenden Aufbau mit 4 Pumpstrahlungsdurchgängen der erreichbare optisch-optische Wirkungsgrad lediglich 30 %. Bei Verwendung einer etwas komplexeren Pumpoptik kann der optische Wirkungsgrad dagegen mit 8, 16 bzw. 32 Pumpstrahlungsdurchgängen auf 44 %, 56 % bzw. 62 % gesteigert werden. Insbesondere für Laser hoher Ausgangsleistung, bei denen die Laserdioden einen wesentlichen Anteil an den Gesamtkosten des Systems ausmachen, rentiert sich daher der technische Aufwand, der mit der Realisierung einer entsprechenden Pumpoptik verbunden ist.

Der Vergleich mit den Ergebnissen des „idealen“ numerischen Modells zeigt die mit der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge zunehmende Wirkungsgradeinbuße durch Verluste in der Pumpoptik. Bei 16 Pumpstrahlungsdurchgängen reduziert dies die zur Verfügung stehende Pumpleistung um 6 %, bei 32 Durchgängen um 10 %. Bei einer verlustfreien Pumpoptik und einer gleichzeitig verlustfreien Kristallbeschichtung könnte bei 16 Pumpstrahlungsdurchgängen ein optisch-optischer Wirkungsgrad von 60 %, bei 32 Durchgängen ein Wirkungsgrad von 69 % erreicht werden. Dies ist vor allem auf den wegen der geringeren Verluste höheren Absorptionsgrad der Pumpstrahlung (Abb. 7.2c) und in geringerem Maße auf die wegen der verlustfreien Beschichtung geringere Wärmeerzeugung und die damit reduzierte mittlere Kristalltemperatur (Abb. 7.2e) zurückzuführen. Die Ergebnisse des idealen numerischen Modells zeigen also, dass eine Verbesserung des Reflexionsgrades des Parabolspiegels, wie sie beispielsweise durch die Verwendung eines polierten Glassubstrates gegenüber bisher verwendeten diamantgedrehten Kupfersubstraten erreicht werden könnte, insbesondere bei einer hohen Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen einen deutlichen Gewinn im Wirkungsgrad verspricht.

Die Ergebnisse der analytischen Näherungslösungen lassen allgemein eine noch stärkere Abhängigkeit des optisch-optischen Wirkungsgrades von der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge erwarten. Bei der Verwendung der analytischen Näherungsgleichungen mit konstanter Temperatur bleibt dabei unberücksichtigt, dass mit einer geringeren Anzahl von Pumpstrahlungsdurchgängen der optimale Absorptionsgrad und damit auch die mittlere Kristalltemperatur abnimmt. Bei der numerischen Optimierung führt dies zu einer Abnahme der Schwellpumpleistungsdichte (Abb. 7.2d)) und damit zu einer geringeren Abnahme des Wirkungsgrades als im analytischen Modell. Das iterative analytische Verfahren berücksichtigt zwar die Änderung der Kristalltemperatur, konvergiert jedoch gegen eine Kristalldicke, die ein Optimum bezüglich der zugehörigen mittleren Kristalltemperatur und nicht bezüglich der vorgegebenen Kühltemperatur darstellt. Dies ist auf die Näherung einer konstanten Temperatur bei der Ableitung der Gleichung für die optimale Kristalldicke zurückzuführen. Auf diese Weise ergeben

sich im analytischen Modell optimale Kristalldicken und damit mittlere Kristalltemperaturen, die insbesondere für eine kleine Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen deutlich über den Ergebnissen des numerischen Modells liegen (Abb. 7.2e)) und damit zu geringeren Wirkungsgraden führen. Noch bei 16 Pumpstrahlungsdurchgängen liegt die optimale Kristalldicke nach dem analytischen Modell mit  $260 \mu\text{m}$  um 30 % über dem Ergebnis des numerischen Modells, bei 32 Durchgängen beträgt die Differenz 13 %. Insgesamt zeigt sich, dass die Näherungsgleichungen des analytischen Modells zwar die qualitative Abhängigkeit der einzelnen Parameter von der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge recht gut vorhersagen und somit ein wichtiges Hilfsmittel zum Verständnis der Zusammenhänge zwischen den einzelnen Parametern darstellen, die Verwendung eines genaueren numerischen Modells jedoch für die quantitative Auslegung der optimalen Parameter, d.h. insbesondere der optimalen Kristalldicke, unabdingbar ist.

Die optimale Kristalldicke  $d_{Kr,opt}$  nimmt erwartungsgemäß mit der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge  $M_p$  ab (Abb. 7.2b). Dabei ist das Produkt  $M_p \cdot d_{Kr,opt}$  jedoch nicht konstant, sondern steigt gemäß dem zunehmendem optimalen Absorptionsgrad mit der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge. Dadurch nimmt auch die mittlere Kristalltemperatur trotz der geringeren Kristalldicke bis  $M_p = 16$  zu und erst bei einer höheren Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen wieder ab (Abb. 7.2e)). Die geringe Kristalldicke bei einer großen Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen wirkt sich einerseits negativ auf die Handhabung der Kristallscheiben beim Polieren, Beschichten und Kontaktieren aus, hat aber andererseits neben dem höheren Wirkungsgrad deutliche Vorteile in Bezug auf die thermo-mechanischen Spannungen und die thermische Linse, wie in Kap. 8.2 und 8.3 ausführlich dargestellt wird.

Der optimale Auskoppelgrad hat für die Realisierung eines Scheibenlasers nur eine untergeordnete Bedeutung. Die Zunahme des optimalen Auskoppelgrades mit der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge zeigt jedoch, dass auch die Kleinsignalverstärkung zunimmt, was für die Auslegung von gepulsten Lasersystemen von Interesse ist, wo eine größere Kleinsignalverstärkung im gütegeschalteten Betrieb zu kürzeren Pulsen führt bzw. im modengekoppelten Betrieb zur Vermeidung von Instabilitäten („q-switched modelocking“) beiträgt [107].

## 7.4 Variation der Kühltemperatur

Um den Einfluss der Kühltemperatur auf den erreichbaren optischen Wirkungsgrad zu untersuchen, wurde diese in Schritten von 45 Kelvin zwischen  $-75 \text{ }^\circ\text{C}$  und  $+60 \text{ }^\circ\text{C}$  variiert und jeweils für eine vorgegebene Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen  $M_p$  die Kristalldicke im numerischen Modell optimiert. Die so ermittelten maximalen optisch-optischen Wirkungsgrade und die zugehörigen optimalen Betriebsparameter sind in Abb. 7.3a)-e) dargestellt.

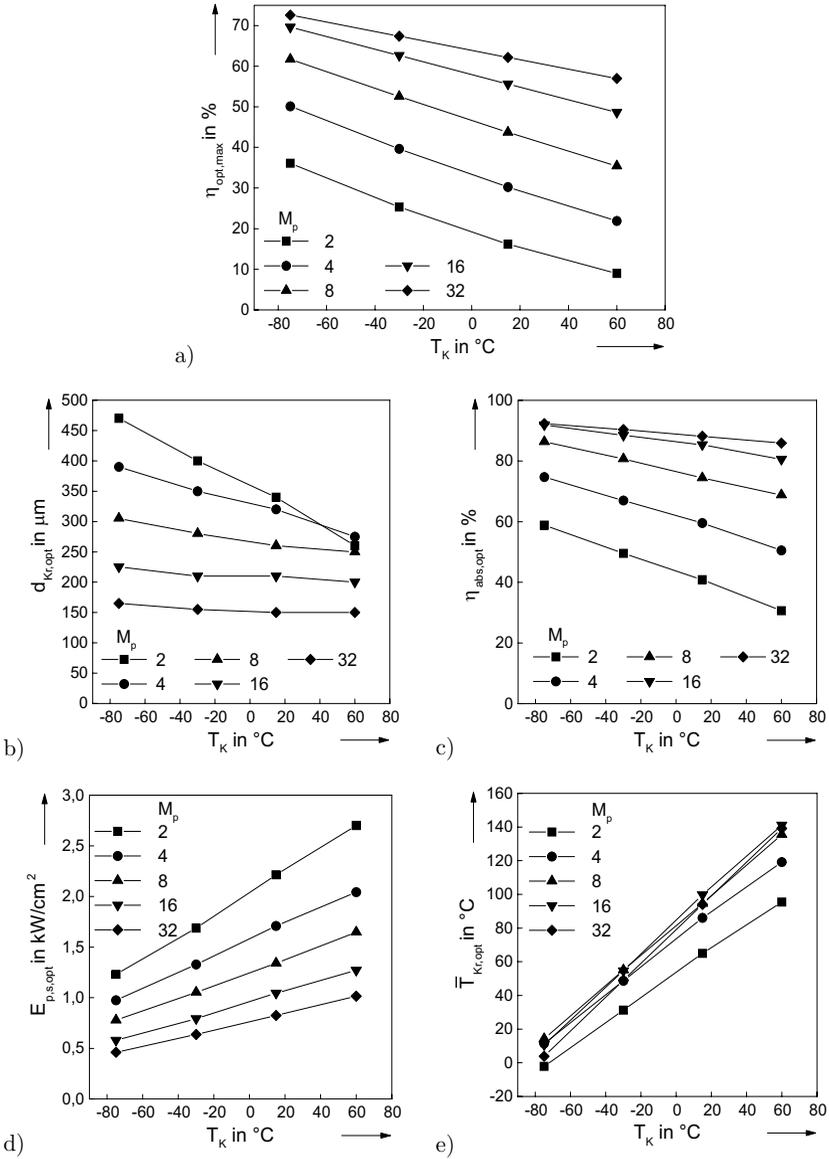


Abbildung 7.3: Einfluss der Kühltemperatur auf die optimalen Betriebsparameter

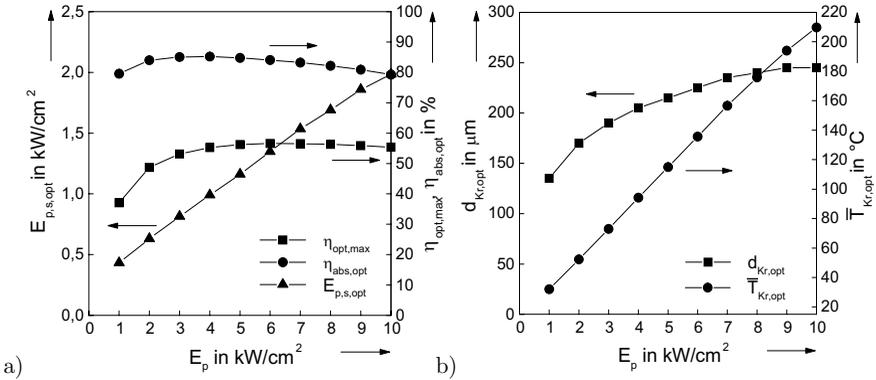
Der maximale optisch-optische Wirkungsgrad sinkt dabei mit zunehmender Kühltemperatur. Dabei ist die Abhängigkeit um so geringer, je größer die Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge ist: Bei 8 Pumpstrahlungsdurchgängen nimmt der optisch-optische Wirkungsgrad absolut mit 0,19 %/K ab, bei 16 Pumpstrahlungsdurchgängen mit 0,16 %/K und bei 32 Pumpstrahlungsdurchgängen mit 0,12 %/K. Die dadurch reduzierten Anforderungen an die Kristallkühlung bzw. der dadurch auch bei Raumtemperatur mögliche effiziente Betrieb ist wiederum ein Vorteil einer großen Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen. Gleichzeitig erkennt man, dass die Zunahme des optisch-optischen Wirkungsgrades mit der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge um so größer ist, je höher die Kühltemperatur ist, sich also insbesondere bei Raumtemperaturbetrieb der mit einer großen Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen verbundene Aufwand für die Pumpoptik rentiert.

Die Abnahme des Wirkungsgrades bei erhöhter Temperatur ist dabei im Wesentlichen auf zwei physikalische Ursachen zurückzuführen: Zum einen nimmt die thermische Besetzung des unteren Laserniveaus und damit die Reabsorption der Laserstrahlung zu, zum anderen nimmt der Absorptionswirkungsquerschnitt für die Pumpstrahlung ab. Beides führt zu einer Zunahme der effektiven Transparenzpumpleistungsdichte  $E_{t,eff}$  und damit sowohl zu einer Zunahme der Schwellpumpleistungsdichte  $E_{p,s,opt}$  als auch zu einer Abnahme des optimalen Absorptionsgrades  $\eta_{abs,opt}$ , wie man sowohl anhand der analytischen Näherungsgleichungen 3.37 und 3.39 als auch der Abb. 7.3c) und d) erkennen kann. Da für den optimalen Absorptionsgrad und die Schwellpumpleistungsdichte das Verhältnis  $E_{t,eff}/M_p E_p$  entscheidend ist (s. Gl. 3.37 und 3.39), ist die relative Änderung des optischen Wirkungsgrades um so geringer, je größer die Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge ist.

Entsprechend dem optimalen Absorptionsgrad nimmt die optimale Kristalldicke mit zunehmender Kühltemperatur ab, ändert sich bei einer großen Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen jedoch nur geringfügig mit der Kühltemperatur. Die mittlere Kristalltemperatur nimmt dementsprechend für eine große Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen proportional zur Kühltemperatur zu, während bei einer kleineren Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen die Zunahme aufgrund der abnehmenden optimalen Kristalldicke geringer ist.

## 7.5 Variation der Pumpleistungsdichte

Zur Berechnung des Einflusses der Pumpleistungsdichte auf die optimalen Parameter wird die Pumpleistung im Bezugsmodell zwischen 235 W und 2350 W variiert, was einer Variation der einfallenden Pumpleistungsdichte zwischen 1 und 10 kW/cm<sup>2</sup> entspricht. Für jede Pumpleistungsdichte wird jeweils die Kristalldicke optimiert. Wie Abb. 7.4a) zeigt, nimmt der maximale optisch-optische Wirkungsgrad zunächst mit der Pumpleistungsdichte zu. Dies ist gemäß den analytischen Näherungsgleichungen 3.37 und 3.39 zu erwarten, nach denen der optimale Absorptionsgrad mit der Pumpleistungsdichte zunimmt und trotz einer ebenfalls leicht ansteigenden optimalen Schwell-



**Abbildung 7.4:** Einfluss der Pumpleistungsdichte auf die optimalen Betriebsparameter

pumpleistungsdichte zu einem größeren Wirkungsgrad führt. Im Gegensatz zu den analytischen Näherungsgleichungen existiert hier jedoch eine optimale Pumpleistungsdichte, oberhalb derer der Wirkungsgrad wieder abnimmt. Ursache dafür ist der Anstieg der mittleren Kristalltemperatur mit der Pumpleistungsdichte (Abb. 7.4b)), der zum einen über die thermische Besetzung des unteren Laserniveaus zu einem Anstieg der Schwellpumpleistungsdichte und zum anderen zu einer Abnahme des Absorptionsgrades führt (Abb. 7.4a)). Die optimale Pumpleistungsdichte liegt demnach bei etwa  $6 \text{ kW/cm}^2$ , wobei der Wirkungsgrad jedoch zwischen  $E_p = 4 \text{ kW/cm}^2$  und  $E_p = 10 \text{ kW/cm}^2$  nur geringfügig um maximal 1,5 % variiert.

Eine möglichst große Pumpleistungsdichte ist daher für einen möglichst effizienten Laserbetrieb anzustreben, zumal gleichzeitig ein kleinerer gepumpter Durchmesser mit einer höheren Stabilität des Resonators [18] und meist mit geringeren Beugungsverlusten für Transversalmoden niedriger Ordnung, d.h. einer besseren Strahlqualität verbunden ist, s. Kap. 8.3. Tatsächlich wird jedoch die maximale Pumpleistungsdichte eines realen Scheibenlasersystems durch zwei Faktoren begrenzt. Der erste Faktor ist die Strahldichte  $L_{ps}$  der Pumpstrahlungsquelle. Da die Strahldichte eine Konstante der Strahlausbreitung ist, ist mit einer hohen Pumpleistungsdichte und damit einem kleinen gepumpten Durchmesser auf der Kristallscheibe ein großer Öffnungswinkel verbunden. Das begrenzt die mögliche Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen durch den Kristall, da die Mehrfachabbildung der Pumpstrahlung eine räumliche Separation der einzelnen Strahlungsbündel erfordert. Für die dem heutigen Stand der Technik entsprechende Pumpoptik unter Verwendung eines Parabolspiegels gilt der allgemeine Zusammenhang [18]

$$E_{p,max} = 2,17 \text{sr} \left( \frac{\sin \frac{2\pi}{M_p}}{1 + \sin \frac{2\pi}{M_p}} \right)^2 L_{ps} \quad (7.3)$$

zwischen der maximal erreichbaren Pumpleistungsdichte  $E_{p,max}$  und der Strahldichte

$L_{ps}$  der Pumpstrahlungsquelle. Typische fasergekoppelte Diodenlaser, die zum Pumpen des Scheibenlasers verwendet werden, haben eine Ausgangsleistung von 60 W bei einem Faserbündeldurchmesser von 1,55 mm und einer numerischen Apertur von 0,14. Dies entspricht einer Strahldichte von  $52 \text{ kW}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$ . Bei 16 Pumpstrahlungsdurchgängen lässt sich demnach eine maximale Pumpleistungsdichte von  $8,6 \text{ kW}/\text{cm}^2$  erzielen, bei 32 Pumpstrahlungsdurchgängen beträgt die maximale Pumpleistungsdichte nur noch  $3 \text{ kW}/\text{cm}^2$ . Aktuell verfügbare Diodenlaser erreichen dagegen Strahldichten von über  $580 \text{ kW}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$ , mit denen sich Pumpleistungsdichten weit über  $10 \text{ kW}/\text{cm}^2$  auch mit 32 Pumpstrahlungsdurchgängen erzielen lassen. In diesem Fall wird die maximal verwendbare Pumpleistungsdichte durch die im Kristall und der Kristallkontaktierung induzierten thermo-mechanischen Spannungen vorgegeben, die in erster Näherung proportional zur Pumpleistungsdichte ansteigen und zu einem Versagensbruch des Kristalls bzw. der Kontaktierung führen können. Eine ausführliche Diskussion der thermo-mechanischen Spannungen findet sich in Kapitel 8.2.

Die optimale Kristalldicke nimmt mit der Pumpleistungsdichte zu, da der Vorteil einer höheren Absorption gegenüber dem Nachteil einer leicht ansteigenden Laserschwelle für große Pumpleistungen überwiegt, was sich auch aus Gl. 3.38 ergibt. Diese Tatsache sollte bei der Auslegung von Scheibenlasern für stark unterschiedliche Pumpleistungsdichten berücksichtigt werden.

## 7.6 Variation der resonatorinternen Verluste

Die optimalen Betriebsparameter für verschiedene resonatorinterne Verluste sind in Abb. 7.5 dargestellt. Wie anschaulich klar ist, steigt die Schwellpumpleistungsdichte

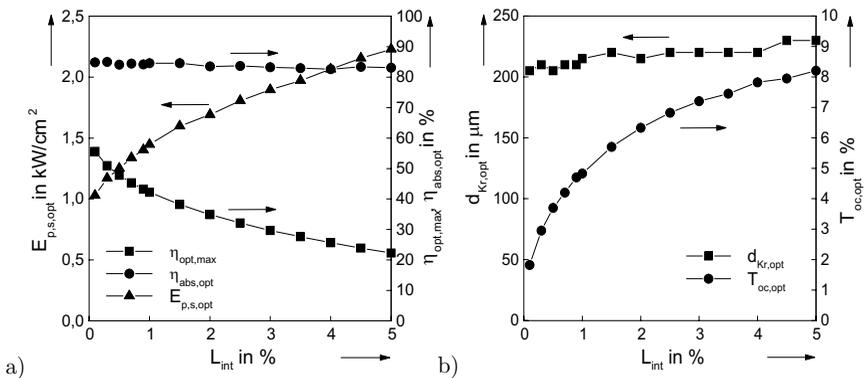


Abbildung 7.5: Einfluss der resonatorinternen Verluste auf die optimalen Betriebsparameter

te mit zunehmenden resonatorinternen Verlusten an, wodurch der Wirkungsgrad abnimmt. Im Vergleich zu typischen Stablaser-Systemen ist hier jedoch die Reduktion des Wirkungsgrades selbst bei geringen resonatorinternen Verlusten wesentlich höher. So nimmt der Wirkungsgrad von 56 % bei Verlusten von 0,1 % auf 42 % bei 1 % resonatorinternen Verlusten ab. Der Grund dafür liegt in der im Verhältnis zu Stablasern geringen Ausdehnung des laseraktiven Mediums in Richtung der Resonatorachse. Um die zur Kompensation der Verluste notwendige Verstärkung zu erreichen, muss daher eine verhältnismäßig hohe Inversion erzeugt werden, was zu einer hohen Schwellpumpleistungsdichte führt. Da eine typische Pumpleistungsdichte von 4 kW/cm<sup>2</sup> nur etwa das Vierfache der Schwellpumpleistungsdichte bei  $L_{int} = 0,1$  % beträgt, sinkt der Wirkungsgrad entsprechend stark mit zunehmenden Verlusten.

Mit steigenden resonatorinternen Verlusten nimmt gemäß Gl. 3.24 und 3.40 der optimale Auskoppelgrad zu (s. Abb. 7.5b)). Durch die steigende Inversion im laseraktiven Medium nimmt der Absorptionsgrad leicht ab („Ausbleichen“ der Absorption), wodurch die optimale Kristalldicke geringfügig zunimmt (s. Abb. 7.5b)). Dies ist bei der Auslegung eines Scheibenlasers im Allgemeinen jedoch vernachlässigbar. Die Schwankungen in der optimalen Kristalldicke in Abb. 7.5b) resultieren dabei aus der begrenzten Genauigkeit des numerischen Modells; der Fehler in der Bestimmung der optimalen Kristalldicke beträgt  $\pm 5$   $\mu\text{m}$ .

## 7.7 Variation des Pumpprofiles

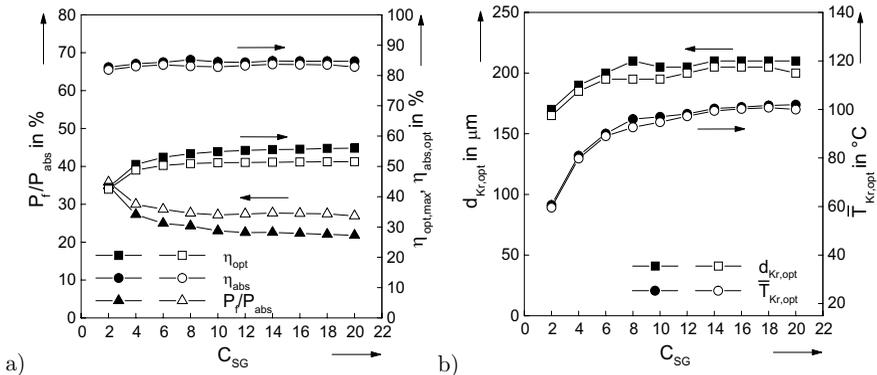
Die radiale Verteilung der im Laserkristall absorbierten Pumpleistungsdichte wird im Allgemeinen recht gut durch eine Supergauß-Funktion wiedergegeben:

$$E_{p,abs}(r) = E_{p,abs}^0 \exp \left[ -2 \left( \frac{2r}{D_p} \right)^{C_{SG}} \right], \quad (7.4)$$

wobei  $E_{p,abs}^0$  die maximale absorbierte Pumpleistungsdichte und  $D_p$  den Durchmesser des gepumpten Volumens bezeichnen. Ein Exponent von  $C_{SG} = 2$  entspricht dabei einer Gauß-Verteilung, die für  $C_{SG} \rightarrow \infty$  in eine „Top-Hat“-Verteilung übergeht. Für das Bezugsmodell ergibt sich ein Exponent von  $C_{SG} = 15$ . Neben der maximalen Pumpleistungsdichte, deren Einfluss bereits in Abschnitt 7.5 untersucht wurde, hat auch der Exponent  $C_{SG}$  der Supergauß-Verteilung einen Einfluss auf den erreichbaren Wirkungsgrad. Für die folgenden Rechnungen wurde eine Supergauß-Verteilung der einfallenden Pumpleistungsdichte vorgegeben, wobei der Exponent  $C_{SG}$  zwischen 2 und 20 variiert wurde. Der Durchmesser  $D_p$  wurde dabei entsprechend einer konstanten Pumpleistung und einer konstanten maximalen Pumpleistungsdichte angepasst. Die Rechnungen zeigen somit den Einfluss einer durch Abbildungsfehler verursachten Unschärfe bei der Abbildung einer homogen ausgeleuchteten Pumpstrahlungsquelle auf den Kristall. Für jede Pumpstrahlungsverteilung wurde jeweils die Kristalldicke optimiert. Die Ergebnisse sind in Abb. 7.6 dargestellt. Neben den Ergebnissen für die maximal erreichbare Ausgangsleistung, d.h. für den transversalen Multimode-Betrieb,

sind auch Ergebnisse für den Grundmode-Betrieb dargestellt, in denen das Verhältnis zwischen gepumptem Durchmesser und Modendurchmesser zusätzlich optimiert wurde. Für beide Betriebsarten nimmt der Wirkungsgrad mit dem Supergauß-Exponenten  $C_{SG}$  zu, eine möglichst scharfe Abbildung, d.h. eine möglichst konstante Pumpleistungsdichte über dem gepumpten Durchmesser ist also vorteilhaft für den Laserbetrieb. Dies deckt sich mit den Ergebnissen analytischer und einfacher numerischer Modelle aus der Literatur [23, 29]. Wie man in Abb. 7.6 erkennen kann, ist die Temperatur im Kristall aufgrund der geringeren mittleren Pumpleistungsdichte bei einer „weichen“ Pumpleistungsverteilung zwar geringer, was zu einem höheren Absorptionsgrad führt, gleichzeitig ist aber der Anteil der als spontane Fluoreszenz  $P_f$  emittierten absorbierten Pumpleistung höher, da das Verhältnis zwischen mittlerer Pumpleistungsdichte und Schwellpumpleistungsdichte geringer ist. Insgesamt ergibt sich dadurch ein verringerter Wirkungsgrad. Wegen des kleineren Verhältnisses zwischen mittlerer Pumpleistungsdichte und Schwellpumpleistungsdichte ist gleichzeitig auch die optimale Kristalldicke geringer.

Im Vergleich zwischen Multimode- und Grundmodebetrieb erkennt man, dass für ein gaußförmiges Pumpprofil der Unterschied im Wirkungsgrad erwartungsgemäß gering ist, da sich im Multimode-Betrieb die Modenverteilung dem Pumpprofil anpasst und daher ebenfalls annähernd gaußförmig ist. Für ein „Top-Hat“-Pumpprofil nimmt der Unterschied im Wirkungsgrad dagegen zu, da im Grundmode-Betrieb die Anregungsleistung am Rand des gepumpten Bereichs nur noch unvollständig abgerufen wird. Entsprechend ist der Anteil der als Fluoreszenz abgestrahlten absorbierten Leistung höher und der Wirkungsgrad geringer. Der maximale Unterschied im Wirkungsgrad beträgt hier 4,5 %. Das optimale Verhältnis zwischen Grundmode- und gepumptem Durchmesser beträgt für ein „Top-Hat“-Pumpprofil etwa 72 %. Durch Reabsorption

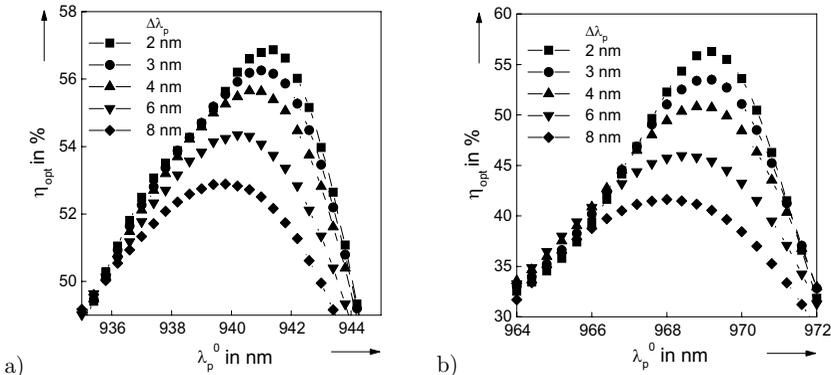


**Abbildung 7.6:** Einfluss des Exponenten  $C_{SG}$  der Supergauß-Verteilung der absorbierten Pumpleistungsdichte auf die optimalen Betriebsparameter im transversalen Multimode-Betrieb (gefüllte Symbole) und im Grundmode-Betrieb (offene Symbole)

im ungepumpten Bereich des Kristalls erfährt der Grundmode daher zusätzliche Verluste proportional zur Kristalldicke, was die etwas geringere optimale Kristalldicke im Vergleich zum Multimode-Betrieb erklärt. Dazu sei angemerkt, dass bei der Berechnung des optimalen Grundmode-Durchmessers Beugungsverluste vernachlässigt wurden. Da diese im Allgemeinen mit steigendem Modendurchmesser zunehmen, kann für ein reales System der optimale Durchmesser des Grundmodes durchaus vom hier berechneten Wert abweichen. Hinzu kommt die Tatsache, dass am Rand des gepumpten Volumens deponierte Anregungsenergie durch den Grundmode weniger effizient abgerufen wird als in der Mitte des gepumpten Volumens, was das Anschwingen von Transversalmoden höherer Ordnung begünstigt. Dies kann entweder durch das Einbringen einer Modenblende in den Resonator vermieden werden, was auch für den Grundmode zusätzliche Beugungsverluste bedeutet, oder durch die Verwendung eines größeren Grundmode-Durchmessers. Im letzteren Fall wirkt das ungepumpte laseraktive Medium selber durch Reabsorption als sogenannte „weiche“ Blende [108] und der optimale Grundmode-Durchmesser ist größer als der hier berechnete [31].

## 7.8 Variation der spektralen Verteilung der Pumpleistung

Die spektrale Verteilung der Pumpleistung wirkt sich vor allem über den Absorptionsgrad, der durch den Überlapp mit dem Absorptionsspektrum bestimmt wird, auf den Wirkungsgrad aus. Für die im Folgenden dargestellten Rechnungen wurden die Parameter des Bezugsmodells mit einer gaußförmigen Verteilung des Pumpstrahlungsspektrums angenommen. Abb. 7.7 zeigt den Einfluss der Lage der zentralen Wellenlänge  $\lambda_p^0$  bei verschiedenen vollen Halbwertsbreiten  $\Delta\lambda_p$  auf den Wirkungsgrad. Im



**Abbildung 7.7:** Einfluss des Pumpstrahlungsspektrums auf den optisch-optischen Wirkungsgrad; man beachte die unterschiedlichen Skalen

Wellenlängenbereich um 940 nm (Abb. 7.7a)) hat dabei die Breite des Pumpstrahlungsspektrums einen relativ geringen Einfluss auf den Wirkungsgrad: Zwischen einer spektralen Breite von 2 nm und 4 nm reduziert sich der maximale Wirkungsgrad um lediglich etwa 1 %. Auch die Lage der zentralen Wellenlänge ist relativ unkritisch: Bei einer spektralen Breite von 4 nm variiert der Wirkungsgrad innerhalb eines Intervalls von 3 nm um maximal 1 %. Dies wirkt sich insbesondere im Hochleistungsbereich günstig auf den Preis der Pumpstrahlungsquelle aus, da hier neben der Zentralwellenlänge auch die spektrale Breite durch die Selektion verschiedener Diodenlaserbarren bestimmt wird. Typische spektrale Breiten von Hochleistungs-Diodenlasern liegen im Bereich von 3-4 nm.

Neben der für Yb:YAG-Laser hoher Leistung üblichen Pumpwellenlänge um 940 nm ist es auch möglich, das Lasermaterial auf der „Zero-Phonon-Line“, also dem Übergang zwischen den jeweils unteren Niveaus der beiden Multipletts um  $\lambda = 969$  nm zu pumpen. Dies hat vor allem den Vorteil eines geringeren Stokes-Defektes, wodurch sich der intrinsische Wärmeerzeugungsgrad von 8,4 % auf 5,6 % reduziert, was geringere thermisch induzierte Spannungen und eine Reduktion der thermischen Linse zur Folge hat. Allerdings hat das Absorptionsspektrum um 969 nm bei Raumtemperatur eine volle Halbwertsbreite von lediglich 2 nm, so dass der Wirkungsgrad mit der Breite des Pumpstrahlungsspektrums stark abnimmt, wie Abb. 7.7b) zeigt: für  $\Delta\lambda_p = 2$  nm beträgt der maximale optisch-optische Wirkungsgrad 55,7 %, nimmt aber für  $\Delta\lambda_p = 4$  nm auf 50,3 % ab. Gleichzeitig ist die Sensitivität bezüglich einer Verschiebung der Zentralwellenlänge wesentlich höher als im Pumpwellenlängenbereich um 940 nm, so dass während des Laserbetriebs eine Nachregelung der Diodentemperatur mit dem Pumpstrom notwendig wird. Aus diesem Grund überwiegen nach dem heutigen Stand der Diodenlaserentwicklung die Vorteile einer Pumpwellenlänge um 940 nm für den Betrieb von Yb:YAG-Scheibenlasern.

## 7.9 Variation der Dotierung

Für die folgenden Berechnungen der optimalen Parameter wurde die Ytterbium-Dotierung zwischen 6 at.% und 20 at.% variiert. Da die Fluoreszenzlebensdauer offensichtlich entscheidend von der Kristallreinheit abhängt und in diesem Punkt weitere Verbesserungen in naher Zukunft zu erwarten sind, wurde für die Berechnungen im Gegensatz zu bisherigen Messungen (s. Kap. 5.1.4) von einer konstanten Lebensdauer, unabhängig von der Dotierung, ausgegangen. Berücksichtigt wurde jedoch die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Dotierung, da es sich hierbei offensichtlich um einen intrinsischen Effekt handelt. Wie man in Abb. 7.8 erkennt, nimmt die optimale Kristalldicke erwartungsgemäß mit der Dotierung ab, während der Wirkungsgrad geringfügig zunimmt. Ursache dafür ist allein die geringere mittlere Kristalltemperatur bei abnehmender Kristalldicke, s. Abb. 7.9b). Über die Abnahme der effektiven Transparenzpumpleistungsdichte  $E_{t,eff}$  führt dies gemäß den analytischen Näherungsgleichungen zu einer Abnahme der optimalen Schwellpumpleistungsdichte und einer Zunahme des

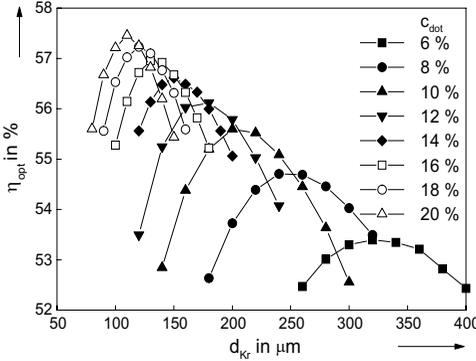


Abbildung 7.8: Abhängigkeit des optisch-optischen Wirkungsgrades von der Kristalldicke für verschiedene Dotierungen

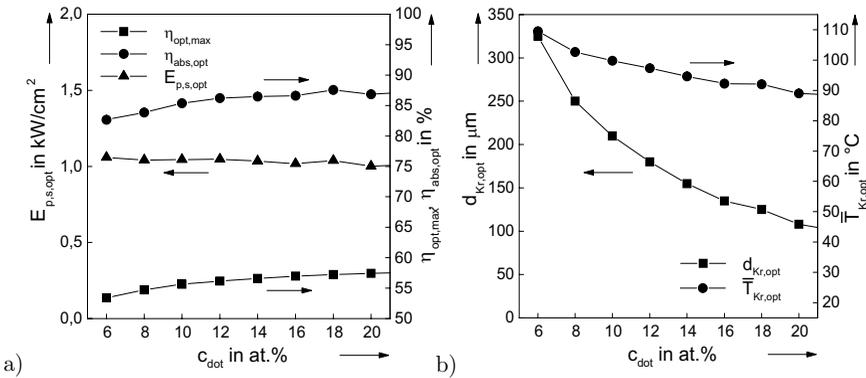


Abbildung 7.9: Einfluss der Dotierung auf die optimalen Betriebsparameter

optimalen Absorptionsgrades, wie auch die numerischen Ergebnisse zeigen (s. Abb. 7.9a)).

Die Abnahme der optimalen Kristalldicke mit steigender Dotierung wirkt sich durch reduzierte Spannungen im Kristall und eine reduzierte thermische Linse positiv auf den Laserbetrieb aus (s. Kap. 8.2 und 8.3). Verglichen mit einer Steigerung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge, die ebenfalls zu einer Abnahme der Kristalldicke führt, ist jedoch die Zunahme des Wirkungsgrades deutlich geringer. Daher ist eine Verringerung der Kristalldicke durch eine höhere Dotierung im Allgemeinen erst dann sinnvoll, wenn eine Erhöhung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge aufgrund der begrenzten Strahldichte der Pumpstrahlungsquelle oder der zunehmenden Verluste in der Pumpoptik nicht mehr möglich ist. Die minimal verwendbare Kristalldicke wird

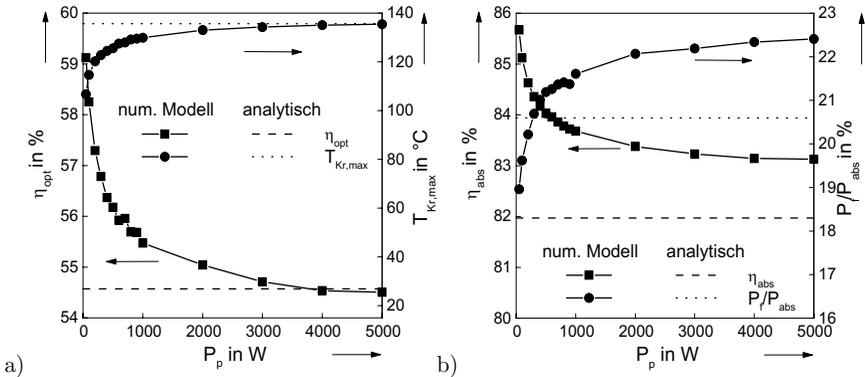
durch die untere Grenze fertiger Kristalldicken, die ansteigenden Anforderungen an deren Toleranz und nicht zuletzt durch die verfügbare Kristallqualität bei hohen Dotierungen begrenzt.

# 8 Skalierung der Ausgangsleistung des Scheibenlasers

Die Steigerung der Ausgangsleistung eines Scheibenlasers durch einfaches Erhöhen der Pumpleistung bei ansonsten konstanter Geometrie führt zu einer ab einer bestimmten Pumpleistungsdichte zu einer Abnahme des Wirkungsgrades (s. Kap. 7.5), zum anderen ist die maximal mögliche Pumpleistung wie bei jedem anderen Festkörperlaser sowohl durch thermo-mechanische Spannungen als auch durch die maximale Strahldichte der Pumpstrahlungsquelle begrenzt. Eine darüber hinaus gehende Möglichkeit der Erhöhung der Ausgangsleistung besteht in der Verwendung mehrerer Kristallscheiben in einem Resonator, was bereits im transversalen Grundmodebetrieb [109] und im Multimodebetrieb bis über 1 kW Ausgangsleistung [12, 13] erfolgreich demonstriert wurde und hier nicht weiter ausgeführt werden soll. Dagegen stellt die Vergrößerung der gepumpten Fläche des Kristalls bei konstanter Pumpleistungsdichte die grundlegende Möglichkeit der Skalierung beim Scheibenlaser dar. Diese Art der Leistungsskalierung ist Gegenstand dieses Kapitels, in dem untersucht werden soll, welchen Einfluss die Skalierung auf die verschiedenen Betriebsparameter hat und welche Grenzen der Skalierbarkeit sich daraus ergeben.

## 8.1 Verhalten des maximalen Wirkungsgrades

Zunächst sollen für den transversalen Multimode-Betrieb die Änderung des Wirkungsgrades und weiterer Betriebsparameter bei der Skalierung über den gepumpten Durchmesser untersucht werden. Auf die thermische Linse und deren Einfluss auf den transversalen Grundmode-Betrieb wird später in Kap. 8.3 eingegangen. Ausgehend von den Parametern des Bezugsmodells (s. Tab. 7.1) werden alle Dimensionen des numerischen Modells in lateraler Richtung skaliert. Dabei wird die verstärkte spontane Emission zunächst nicht berücksichtigt. In Abb. 8.1 sind die Ergebnisse für Pumpleistungen zwischen 50 W und 5 kW dargestellt. Neben den Ergebnissen der numerischen Rechnungen zeigt diese auch die Ergebnisse des analytischen nulldimensionalen Modells, bei dem mit einer einfallenden Pumpleistungsdichte von  $4,25 \text{ kW/cm}^2$  mit zusätzlicher Berücksichtigung der Pumpoptik-Verluste gerechnet wurde. Die numerischen Rechnungen zeigen dabei, dass der optisch-optische Wirkungsgrad bei der Skalierung abnimmt und ausgehend von einem Wert von  $\eta_{opt} = 59,1 \%$  bei einer Pumpleistung von  $P_p = 50 \text{ W}$  sich asymptotisch einem Wert von etwa  $\eta_{opt} = 54,5 \%$  für große Pumpleistungen nähert. Ursache dafür ist der radiale Wärmefluss, der hier bei einer Pumpleistung von  $P_p = 50 \text{ W}$  zu einer um 30 K geringeren maximalen Kristalltemperatur



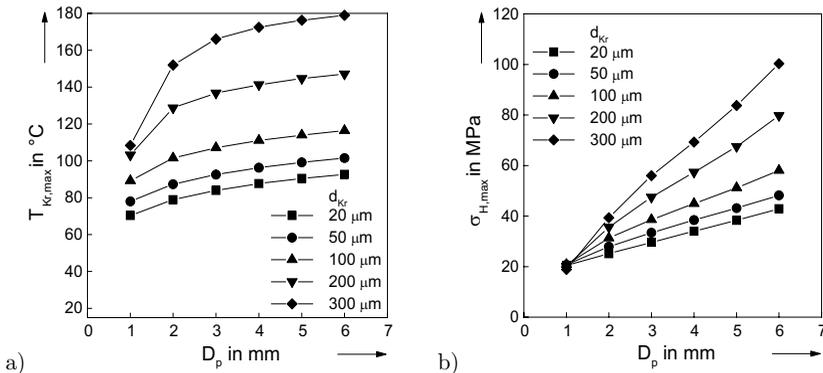
**Abbildung 8.1:** Berechnete Betriebsparameter bei der Leistungsskalierung im numerischen und analytischen Modell

als bei  $P_p = 5$  kW führt. Damit verbunden ist ein größerer Absorptionsgrad und eine geringere (virtuelle) Laserschwelle, wie man anhand des in Abb. 8.1b) dargestellten Verhältnisses zwischen Fluoreszenzleistung und absorbierte Pumpleistung erkennt. Dabei trägt neben dem radialen Wärmefluss im Kristall auch der radiale Wärmefluss in der Kristallkontaktierung und -kühlung zur Reduktion der Kristalltemperatur bei. Erst bei einer Pumpleistung von 5 kW, was einem gepumpten Durchmesser von 13,2 mm entspricht bzw. einem Verhältnis zwischen der Dicke des gesamten Systems aus Kristall und Kontaktierung und dem gepumpten Durchmesser von etwa 1:10 wird ein von der weiteren Skalierung nahezu unabhängiger Betriebszustand erreicht. In diesem Fall stimmen Wirkungsgrad und Kristalltemperatur etwa mit den Ergebnissen des analytischen Modells überein, das von rein axialen Wärmefläßen ausgeht. Für Absorptionsgrad und Laserschwelle liefert das analytische Modell hingegen auch für große gepumpte Durchmesser abweichende Werte, da es die Supergauß-Verteilung der Pumpleistungsdichte unberücksichtigt lässt. Die berechnete Abnahme des Wirkungsgrades bei der Leistungsskalierung über den gepumpten Durchmesser deckt sich mit experimentellen Ergebnissen, die das gleiche Verhalten zeigen, in guter Übereinstimmung mit entsprechenden numerischen Rechnungen [13, 103].

## 8.2 Verhalten der thermischen Spannungen

Ausgehend von den Parametern des Bezugsmodells wurde mit Hilfe von Finite-Elemente-Rechnungen untersucht, in welcher Weise sich der gepumpte Durchmesser auf die Spannungen im Kristall und in der Kontaktierung auswirkt. Dabei wurde ein Durchmesser der Kupferscheibe innerhalb der Einspannung von 14 mm verwendet. Als maximale absorbierte Pumpleistungsdichte wurde aus Vereinfachungsgründen ein Wert von  $E_{p,abs} = 4$  kW/cm<sup>2</sup> gewählt, der damit um etwa 12 % über dem Wert liegt, der sich

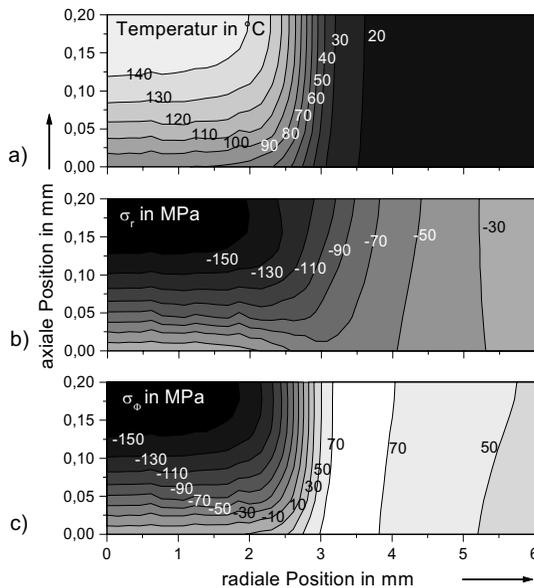
für das Bezugsmodell ergibt. Ansonsten wurden die Ergebnisse der numerischen Rechnungen für das Bezugsmodell übernommen, wodurch sich eine Wärmestromdichte von  $338 \text{ W/cm}^2$  innerhalb des Kristalls aufgrund des Stokes-Defektes und von  $160 \text{ W/cm}^2$  aufgrund der durch die HR-Beschichtung transmittierten Fluoreszenz ergibt. Zusätzlich zu den Rechnungen für eine Kristalldicke von  $200 \mu\text{m}$  wurde diese zwischen  $20 \mu\text{m}$  und  $300 \mu\text{m}$  variiert, um deren Einfluss auf das Skalierungsverhalten zu bestimmen. Eine Kristalldicke von  $20 \mu\text{m}$  entspricht dabei etwa der optimalen Kristalldicke für YbAG bei 16 Pumpstrahlungsdurchgängen. In Abb. 8.2 sind die wichtigsten Ergebnisse dargestellt, wobei ein gepumpter Durchmesser von  $D_p = 6 \text{ mm}$  einer absorbierten Pumpleistung von  $970 \text{ W}$  entspricht. Abb. 8.2a) zeigt dabei die bereits diskutierte Abhängigkeit der maximalen Kristalltemperatur vom gepumpten Durchmesser durch radiale Wärmeflüsse, wobei erwartungsgemäß die Abhängigkeit für große Kristalldicken am stärksten ist. Für große gepumpte Durchmesser überwiegt der Wärmefluss in axialer Richtung und es besteht ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Kristalldicke und maximaler Temperatur, so wie anhand des analytischen Modells erwartet (s. Kap. 3.5). In Abb. 8.2b) sind die im Kristall auftretenden maximalen Hauptspannungen, d.h. die maximalen Zugspannungen dargestellt. Sie ergeben sich nach Symmetrisierung des Spannungstensors aus der maximalen Spannung entlang einer der drei Hauptachsen. Nach der Normalspannungshypothese [110], die auf spröde Materialien, wie Kristalle sie darstellen, anzuwenden ist, ist dies die Spannung, die zu einem Versagen, d.h. zu einem Bruch des Kristalles führen kann und daher als sogenannte „Vergleichsspannung“ herangezogen wird. Die Zugfestigkeit von poliertem YAG beträgt zwischen  $R_m = 130 \text{ MPa}$  [111] und  $R_m = 260 \text{ MPa}$  [81], je nach Größe von Oberflächendefekten [112]. Für alle betrachteten Kristalldicken liegen die maximalen Spannungen unterhalb dieser Grenzen, so dass nach der Normalspannungshypothese ein Versagen des Kristalls nicht zu erwarten ist.



**Abbildung 8.2:** a) Maximale Kristalltemperatur und b) maximale Hauptspannung im Kristall bei der Leistungsskalierung über den gepumpten Durchmesser für verschiedene Kristalldicken

Die Verteilung von Temperatur und Spannungen bei einem  $200\ \mu\text{m}$  dicken Kristall ist für einen gepumpten Durchmesser von  $6\ \text{mm}$  in Abb. 8.3 dargestellt. Durch die hohe Temperatur in der Kristallmitte ergeben sich dort Druckspannungen sowohl in radialer als auch azimuthaler Richtung, verursacht durch die thermische Ausdehnung, die durch das umgebende kühlere Kristallmaterial in radialer Richtung beschränkt ist. Während die radialen Druckspannungen zum Kristallrand hin abnehmen, treten in azimuthaler Richtung außerhalb des gepumpten Bereiches Zugspannungen auf, die durch die Ausdehnung in radialer Richtung verursacht werden. Die in axialer Richtung auftretenden Spannungen sind durch die im Wesentlichen freie Ausdehnung in dieser Richtung gering, so dass hier auf eine Darstellung verzichtet wird. Die maximale Hauptspannung ist hier also durch die maximale azimuthale Zugspannung gegeben, die am Rand des gepumpten Volumens auftritt.

Für die weiteren Betrachtungen zur Skalierung der Spannungen betrachte man ein einfaches Modell der Scheibe, bei der die Temperatur in axialer Richtung konstant sei und nur in radialer Richtung variere. Dieses Modell beschreibt etwa die Verhältnisse in einer axialen Schicht der Scheibe. Da die Kontaktierung mit Indium nur geringe Kräfte auf den Kristall ausübt, kann man in erster Näherung von einer freien Ausdehnung in axialer und radialer Richtung ausgehen. In diesem Fall gilt für die Spannungen in



**Abbildung 8.3:** a) Temperatur und b) Spannungen in radialer und c) azimuthaler Richtung innerhalb eines  $200\ \mu\text{m}$  dicken Kristalls bei einem gepumpten Durchmesser von  $6\ \text{mm}$ ; positive Werte bezeichnen Zug-, negative Werte Druckspannungen

radialer und azimuthaler Richtung [44]:

$$\sigma_r(r) = \frac{\alpha_{th} E_{elast}}{1 - \nu} \left( \frac{4}{D_{Kr}^2} \int_0^{D_{Kr}/2} \Delta T(r') r' dr' - \frac{1}{r^2} \int_0^r \Delta T(r') r' dr' \right), \quad (8.1)$$

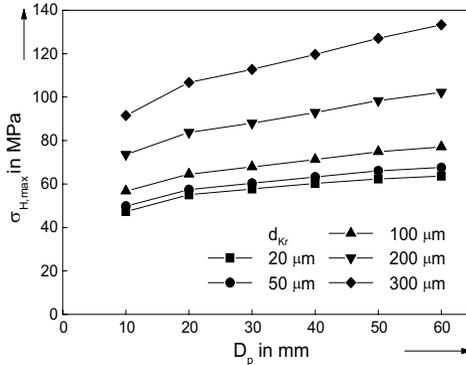
$$\sigma_\phi(r) = \frac{\alpha_{th} E_{elast}}{1 - \nu} \left( \frac{4}{D_{Kr}^2} \int_0^{D_{Kr}/2} \Delta T(r') r' dr' + \frac{1}{r^2} \int_0^r \Delta T(r') r' dr' - \Delta T(r) \right), \quad (8.2)$$

wobei  $\Delta T$  die Temperaturdifferenz zur Kühltemperatur bezeichnet, bei der sich die Scheibe im spannungsfreien Zustand befindet. Nimmt man nun weiter vereinfachend an, dass innerhalb des gepumpten Volumens eine konstante Temperaturdifferenz  $\Delta T$  herrscht, die außerhalb verschwindet, so ergibt sich für die maximale Spannung in azimuthaler Richtung, die an der Position  $r = D_p/2$  auftritt,

$$\sigma_{\phi,max} = \frac{1}{2} \frac{\alpha_{th} E_{elast}}{1 - \nu} \Delta T \left( 1 + \frac{D_p^2}{D_{Kr}^2} \right). \quad (8.3)$$

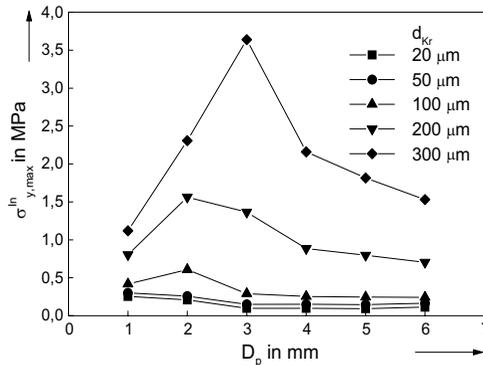
Nach diesem einfachen Modell nimmt also die maximale Spannung proportional zur Temperaturdifferenz zu. Dies deckt sich mit den genaueren numerischen Ergebnissen (s. Abb. 8.2b)), bei denen, zumindest für große gepumpte Durchmesser, die Spannung proportional zur maximalen Kristalltemperatur und damit linear mit der Kristalldicke zunimmt. Aus der analytischen Näherung Gl. 8.1 ergibt sich, dass die maximale Spannung bei konstantem Kristalldurchmesser quadratisch mit dem gepumpten Durchmesser zunimmt, wobei die Zunahme bis zu einem Verhältnis von  $D_p/D_{Kr} = 0,5$  lediglich 25 % beträgt. Die numerischen Rechnungen zeigen dagegen eine stärkere Zunahme mit dem gepumpten Durchmesser, da zum einen zusätzlich die Kristalltemperatur mit dem Durchmesser zunimmt, zum anderen die Kontaktierung mit Indium bei kleinen gepumpten Durchmessern die radiale Ausdehnung und somit die Spannungen begrenzt, wie weiter unten gezeigt wird. Aus Gl. 8.3 kann man jedoch erkennen, dass für große Pumpleistungen, für die sich die Kristalltemperatur nur noch geringfügig mit dem gepumpten Durchmesser ändert, die maximale Spannung lediglich vom Verhältnis  $D_p/D_{Kr}$  abhängt. Dies bestätigt sich in Rechnungen für einen Kristalldurchmesser von 120 mm und gepumpte Durchmesser bis zu 60 mm, d.h. bis zu Pumpleistungen von über 100 kW, wo aus Gründen der verstärkten spontanen Emission eine Grenze der Skalierbarkeit liegt, s. Kap. 8.5.2.1. Die berechneten maximalen Hauptspannungen sind in Abb. 8.4 dargestellt. Beim maximalen gepumpten Durchmesser von 60 mm liegen sie lediglich um etwa 30 % über den Spannungen für einen gepumpten Durchmesser von 6 mm in Abb. 8.2, wobei die Zunahme auf den nachlassenden Einfluss der Kontaktierung auf die Spannungen im Kristall zurückgeführt werden kann. Auch hier liegen alle Spannungen, mit Ausnahme der höchsten Pumpleistung bei einer Kristalldicke von 300  $\mu\text{m}$ , unterhalb der geringsten bekannten Zugfestigkeit von 130 MPa. Für  $D_p/D_{Kr} \leq 0,5$  stellen demnach die auftretenden maximalen Zugspannungen keine Begrenzung für die Leistungsskalierung dar.

In Abb. 8.5 sind die maximalen Zugspannungen aufgetragen, die in axialer Richtung innerhalb des Indiums und dort typischerweise innerhalb des gepumpten Durchmessers



**Abbildung 8.4:** Maximale Hauptspannung im Kristall bei der Leistungsskalierung über den gepumpten Durchmesser für verschiedene Kristalldicken bei einem Kristalldurchmesser von 120 mm

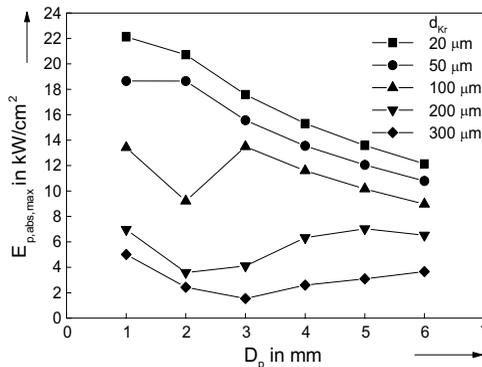
auftreten. Für die Zugfestigkeit von Indium finden sich in der Literatur Werte zwischen  $R_m = 1,6$  MPa [55] und 2,7 MPa [56]. Legt man den niedrigsten Wert zugrunde, so ist bei einer Kristalldicke von  $300 \mu m$  und gepumpten Durchmessern zwischen 2 und 4 mm mit einem Versagensbruch der Indium-Kontaktierung zu rechnen, was durch den dabei auftretenden Verlust des Wärmekontaktes zu einer Zerstörung des Kristalls führt. Bei einer Kristalldicke von  $200 \mu m$  liegen die Spannungen zwar durchweg unterhalb der Zugfestigkeit, jedoch treten im Bereich gepumpter Durchmesser von 2-3 mm Spannungen oberhalb der Fließgrenze von  $R_p = 1,4$  MPa auf, was zu bleibenden Verformungen der Kristallkontaktierung während des Laserbetriebs führt und damit zu



**Abbildung 8.5:** Maximale axiale Spannung im Indium bei der Leistungsskalierung über den gepumpten Durchmesser für verschiedene Kristalldicken

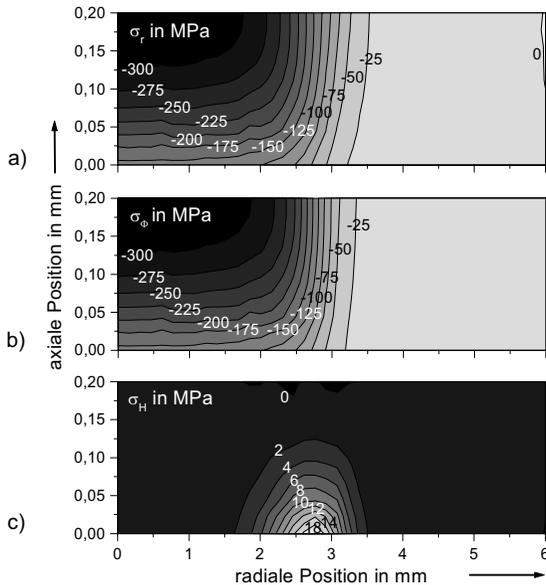
einer bleibenden Linsenwirkung des Kristalles. Für einen konstanten und zuverlässigen Laserbetrieb sollten die Spannungen daher unterhalb der Fließgrenze liegen. Geht man in erster Näherung davon aus, dass sich die Spannungen proportional zur Pumpleistungsdichte ändern, indem man die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit und des Ausdehnungskoeffizienten vernachlässigt, so lässt sich daraus, zusammen mit der Bedingung, dass die maximalen Spannungen im Kristall unterhalb der Zugfestigkeitsgrenze von  $R_m = 130 \text{ MPa}$  liegen, eine maximal zulässige Pumpleistungsdichte angeben. Diese ist in Abb. 8.6 in Abhängigkeit von der Kristalldicke und dem gepumpten Durchmesser dargestellt. Für kleine gepumpte Durchmesser wird dabei die maximale Pumpleistungsdichte durch die Spannungen im Indium begrenzt, für große gepumpte Durchmesser überwiegend durch die Spannungen im Kristall. Für eine Kristalldicke von  $200 \mu\text{m}$  liegt danach die zulässige Pumpleistungsdichte teilweise unterhalb des optimalen Bereiches von  $E_p > 4 \text{ kW/cm}^2$  (s. Kap. 7.5). Hier besteht also Verbesserungspotenzial durch die Verwendung dünnerer Kristalle, entweder durch die Erhöhung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge oder durch eine höhere Dotierung. Mit einem  $20 \mu\text{m}$  dicken Kristall können Pumpleistungsdichten bis zu  $22 \text{ kW/cm}^2$  realisiert werden, bei einem gepumpten Durchmesser von  $6 \text{ mm}$  noch bis zu  $12 \text{ kW/cm}^2$ . Bei Pumpleistungsdichten von  $22 \text{ kW/cm}^2$  stellen schließlich die Temperaturen im Indium eine praktische Grenze dar, da sie die Schmelztemperatur von  $156 \text{ }^\circ\text{C}$  erreichen. Dies kann jedoch durch die Verwendung einer geringeren Indiumdicke vermieden werden. Es lässt sich festhalten, dass unabhängig von der Kristalldicke die Spannungen im Indium keine Begrenzung der Skalierbarkeit darstellen, da diese wie gezeigt mit zunehmendem gepumptem Durchmesser abnehmen.

Eine Möglichkeit, die maximale Pumpleistungsdichte auch bei großen Kristalldicken zu erhöhen, besteht in der Verwendung alternativer Kontaktierungsverfahren, wie etwa dem Lötten, die eine relativ feste Verbindung zwischen Laserkristall und Wärmesenke herstellen. Im Folgenden sei der idealisierte Fall einer Wärmesenke betrachtet,



**Abbildung 8.6:** Berechnete maximal zulässige absorbierte Pumpleistungsdichte bei einer Indiumdicke von  $300 \mu\text{m}$

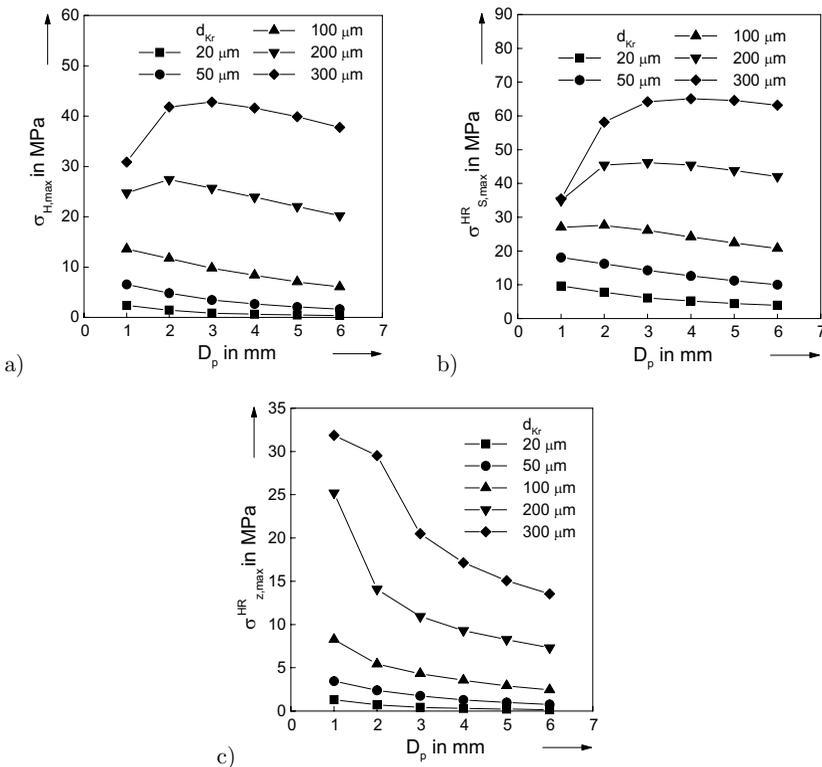
durch die die Unterseite der HR-Beschichtung sowohl in axialer als auch in radialer Richtung fixiert wird. Dies gibt in guter Näherung die Verhältnisse bei einer inelastischen Kontaktierung auf einer Wärmesenke hoher Steifigkeit und geringer thermischer Ausdehnung wieder, wie sie etwa eine Diamantscheibe darstellt. Wegen der besseren Vergleichbarkeit zu den Ergebnissen für eine Kontaktierung mit Indium sei angenommen, dass die Wärmesenke den gleichen Wärmewiderstand wie eine 1 mm dicke Kupferscheibe mit anschließender Fluid-Grenzschicht besitze. In Abb. 8.7 ist die sich ergebende Verteilung der Spannungen in einem  $200\ \mu\text{m}$  dicken Kristall dargestellt. Da die Kontaktierung in diesem Fall eine Ausdehnung in radialer Richtung verhindert und nur noch die Ausdehnung in axialer Richtung unbeschränkt ist, treten nun auch in azimuthaler Richtung nur noch Druckspannungen auf, die etwa gleich groß sind wie die Druckspannungen in radialer Richtung und im Zentrum des gepumpten Volumens etwa um den Faktor 2 größer als bei unbeschränkter radialer Ausdehnung. Die maximale Hauptspannung ist deutlich geringer und tritt auf der Unterseite des Kristalls, am Rand des gepumpten Durchmessers auf, verursacht durch die unterdrückte Aufwölbung des Kristalls. Zusätzlich tritt an der Mantelfläche des Kristalls eine Zugspannung in radialer Richtung auf, die aus einer geringfügigen radialen Ausdehnung der Kristalloberseite resultiert. Insgesamt ist jedoch die maximal auftretende Zugspannung auch für große Kristalldicken deutlich geringer als bei der Kontaktierung



**Abbildung 8.7:** Spannungen in a) radialer und b) azimuthaler Richtung und c) maximale Hauptspannungen innerhalb eines  $200\ \mu\text{m}$  dicken Kristalls bei einem gepumpten Durchmesser von 6 mm und fixierter HR-Beschichtung

mit Indium, wie in Abb. 8.8a) im Vergleich zu Abb. 8.2b) zu sehen. Gleichzeitig nimmt die maximale Spannung mit der Skalierung zu großen gepumpten Durchmessern ab. Die in der HR-Beschichtung auftretende maximale Scherspannung und die maximale axiale Spannung (Abb. 8.8b) und c)), die etwa den in der Grenzfläche der Verbindung zum Kühlkörper auftretenden Spannungen entsprechen, sind zwar erwartungsgemäß größer als bei einer Kontaktierung mit Indium, stellen aber aus technologischer Sicht kein Hindernis dar, sofern die Zug- und Scherfestigkeit der HR-Beschichtung selber oberhalb dieser Werte liegt. Gleichzeitig nehmen diese Spannungen mit zunehmendem gepumptem Durchmesser ab. Auf weitere Probleme bei der Kontaktierung, die sich etwa beim Löten durch unterschiedliche thermische Ausdehnungskoeffizienten der beteiligten Materialien ergeben, soll hier nicht weiter eingegangen werden.

Insgesamt kann also festgehalten werden, dass sowohl für eine Kontaktierung des

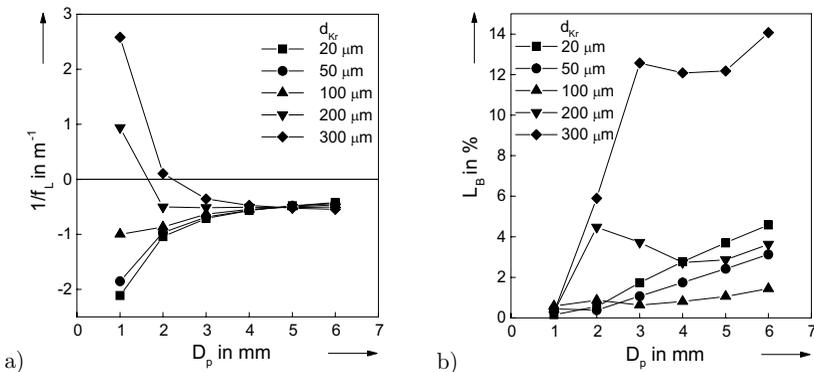


**Abbildung 8.8:** a) Maximale Hauptspannung im Kristall sowie b) maximale Scherspannung und c) axiale Spannung in der HR-Beschichtung bei der Leistungsskalierung über den gepumpten Durchmesser und fixierter Beschichtung

Kristalls mit Indium auf einer Wärmesenke aus Kupfer als auch für eine idealisierte inelastische Kontaktierung auf eine feste Wärmesenke Spannungen prinzipiell keine Begrenzung für die Skalierbarkeit darstellen.

### 8.3 Skalierung der Leistung im Grundmode-Betrieb

Zur Untersuchung der Leistungsskalierung im transversalen Grundmode-Betrieb wird zunächst die thermische Linse aus den Ergebnissen der zuvor dargestellten Finite-Elemente-Rechnungen ermittelt, aus der sich dann die auftretenden Beugungsverluste ergeben. Dabei wird ein Durchmesser des Gauß'schen Grundmodes verwendet, der entsprechend dem in Kap. 7.7 berechneten Optimum 72 % des gepumpten Durchmessers beträgt. In Abb. 8.9 sind für eine Kontaktierung mit einer 300  $\mu\text{m}$  dicken Indiumschicht die berechnete effektive Brechkraft und die Beugungsverluste für verschiedene Kristalldicken dargestellt. Es wird hier die Konvention verwendet, dass eine positive Brechkraft einer fokussierenden Wirkung und umgekehrt eine negative Brechkraft einer defokussierenden Wirkung entspricht. Die Brechkraft der thermischen Linse setzt sich dabei im Wesentlichen aus zwei Anteilen zusammen: einer fokussierenden Linse aufgrund der thermischen Ausdehnung und des positiven thermo-optischen Effektes und einer defokussierenden Linse aufgrund der durch den axialen Temperaturgradienten verursachten Biegung des gesamten Kristalls und der damit verbundenen Deformation der hochreflektierend beschichteten Kristallrückseite. Für große Kristalldicken von 200  $\mu\text{m}$  oder 300  $\mu\text{m}$  und kleine gepumpte Durchmesser überwiegen dabei durch den radialen Temperaturgradienten die erstgenannten Effekte, so dass sich insgesamt eine fokussierende Linse ergibt. Mit zunehmendem gepumptem Durchmesser ergibt sich durch die Ausdehnung und den thermo-optischen Effekt eine nahezu konstante optische Phasendifferenz im gepumpten Bereich, so dass die positive Brechkraft abnimmt. In diesem



**Abbildung 8.9:** a) Effektive Brechkraft und b) Beugungsverluste des Grundmodes bei der Leistungsskalierung über den gepumpten Durchmesser

Fall überwiegt die defokussierende Wirkung der Deformation der Kristallrückseite, so dass sich insgesamt eine negative Brechkraft ergibt. Für geringe Kristalldicken überwiegt dagegen bei kleinen gepumpten Durchmessern die starke Aufwölbung der Kristallrückseite, die neben dem axialen Temperaturgradienten im Kristall ebenso durch die thermische Ausdehnung der Indium- und Kupfer-Kontaktierung verursacht wird. Mit zunehmendem gepumpten Durchmesser nimmt der sphärische Anteil dieser Deformation ab und die Brechkraft der thermischen Linse wird auch hier geringer. Für einen gepumpten Durchmesser von 6 mm liegt die Brechkraft nahezu unabhängig von der Kristalldicke bei etwa  $1/f_L = -0,5 \text{ m}^{-1}$ .

Wie man in Abb. 8.9b) erkennt, nehmen die Beugungsverluste für den Grundmode im Allgemeinen mit dem gepumpten Durchmesser zu. Dies liegt an der Tatsache, dass das Profil der optischen Phasendifferenz für kleine Durchmesser über den Rand des gepumpten Bereichs hinweg einen relativ sphärischen Verlauf hat. Für große gepumpte Durchmesser hingegen führt die stufenförmige Änderung der Phasendifferenz am Rand des gepumpten Bereichs zu relativ starken Beugungsverlusten. Die Höhe der Verluste hängt dabei von der genauen Form des Phasenprofil und damit stark von der Kristalldicke, der Verteilung der absorbierten Leistung im Kristall und der Kontaktierung, d.h. der Indium- und Kupferdicke ab. Bis zu einem gepumpten Durchmesser von 6 mm führt bei dem hier betrachteten System eine Kristalldicke von  $100 \mu\text{m}$  zu den geringsten Beugungsverlusten. Mit weiter abnehmender Kristalldicke nehmen die Beugungsverluste wieder zu und werden bei einer Kristalldicke von  $20 \mu\text{m}$  überwiegend durch die thermische Ausdehnung der Kontaktierung verursacht. Auf die mögliche Verringerung dieser Beugungsverluste wird weiter unten eingegangen.

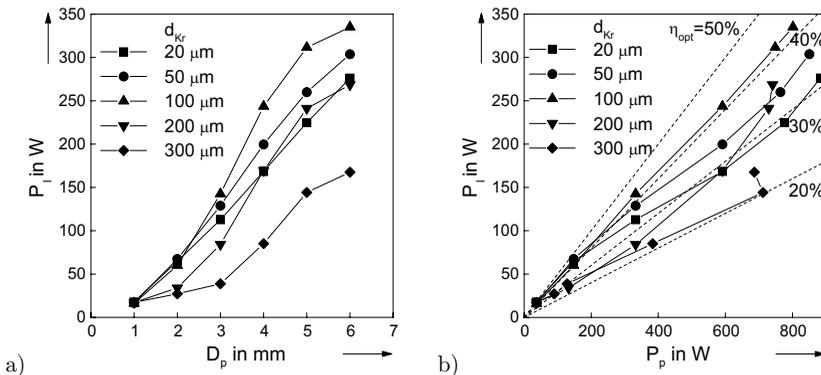
Aus den bisher berechneten Daten lässt sich nun die erreichbare Ausgangsleistung im transversalen Grundmode abschätzen. Dazu wird davon ausgegangen, dass lediglich dynamisch stabile Resonatoren ohne zusätzliche Elemente zur Kompensation der thermischen Linse im Betrieb verwendet werden. Aus der Theorie dynamisch stabiler Resonatoren für den Scheibenlaser [18] ist bekannt, dass die maximal zulässige Variation der Brechkraft  $\Delta(1/f_L)$  im Laserbetrieb mit dem Radius  $w_0$  des Gauß'schen Grundmodes auf der Kristallscheibe verknüpft ist über die Gleichung

$$\Delta\left(\frac{1}{f_L}\right) = \frac{4\lambda_l}{\pi w_0^2}, \quad (8.4)$$

sofern, wie im Folgenden angenommen werden soll, der Kristall als Endspiegel im Resonator eingesetzt wird. Wird der Kristall als Umlenkspiegel eingesetzt, so ist der Stabilitätsbereich um einen Faktor 0,5 kleiner, da der Kristall nun zweimal durchlaufen wird. Gl. 8.4 ergibt eine Bedingung für die bei einem stabilen Resonator zulässige Pumpleistungsdichte, wenn man in guter Näherung davon ausgeht, dass sich die optische Phasendifferenz und damit die Brechkraft proportional zur Pumpleistungsdichte verhält. Die maximal einsetzbare Pumpleistungsdichte ergibt sich bei zusätzlicher Berücksichtigung der Begrenzung durch die Spannungen im Indium (Abb. 8.6) und eine Beschränkung auf Werte unterhalb von  $4 \text{ kW/cm}^2$ . Die resonatorinternen Verluste ergeben sich aus den berechneten Beugungsverlusten, wenn man berücksichtigt, dass diese quadratisch mit der optischen Phasendifferenz und damit quadratisch mit

der Pumpleistungsdichte zunehmen. Aus der in Kap. 7.5 berechneten Abhängigkeit des Wirkungsgrades von der Pumpleistungsdichte und der in Kap. 7.6 berechneten Abhängigkeit von den resonatorinternen Verlusten lässt sich so die maximale Ausgangsleistung im Grundmode bei gegebenem gepumptem Durchmesser und gegebener Kristalldicke abschätzen. Dabei wird berücksichtigt, dass der Wirkungsgrad gegenüber dem transversalen Multimode-Betrieb um etwa 4,5 % geringer ist (s. Kap. 7.7), was zusätzlichen resonatorinternen Verlusten von 0,3 % entspricht. In Abb. 8.10 sind die so berechneten maximalen Grundmodeleistungen dargestellt, aufgetragen sowohl über dem gepumpten Durchmesser als auch über der jeweiligen Pumpleistung. Dabei ist die Verwendung möglichst kleiner gepumpter Durchmesser vorteilhaft, weil damit sowohl die Justageempfindlichkeit als auch die nötige Resonatorlänge abnimmt [18]. Für gepumpte Durchmesser im Bereich von 2-3 mm führt demnach die Verwendung von Kristalldicken unterhalb von  $100\ \mu\text{m}$  zu deutlich höheren Ausgangsleistungen als bei dickeren Kristallen, bei denen die Pumpleistungsdichte durch die Spannungen im Indium begrenzt wird. Bei der weiteren Skalierung der Ausgangsleistung liegt das Optimum bei einer Kristalldicke von  $100\ \mu\text{m}$ , da sowohl die Spannungen im Indium als auch die Beugungsverluste gering sind. Nach dieser Abschätzung lassen sich mehr als 300 W im Grundmode bei einem optisch-optischen Wirkungsgrad von über 40 % erzielen. Es sei jedoch angemerkt, dass die Unterdrückung von Transversalmoden höherer Ordnung auch für den Grundmode zu höheren Beugungsverlusten führt, so dass für ein reales System der Wirkungsgrad durchaus geringer sein kann.

Eine Möglichkeit, die Leistung und den Wirkungsgrad im transversalen Grundmode-Betrieb zu steigern, besteht in der fixierten Kontaktierung der Kristallscheibe, so wie im vorigen Abschnitt 8.2 bereits besprochen. Aus den Berechnungen für das gleiche idealisierte Modell einer Wärmesenke, durch die die Unterseite der HR-Beschichtung in axialer und radialer Richtung fixiert wird, ergeben sich die in Abb. 8.11 dargestell-

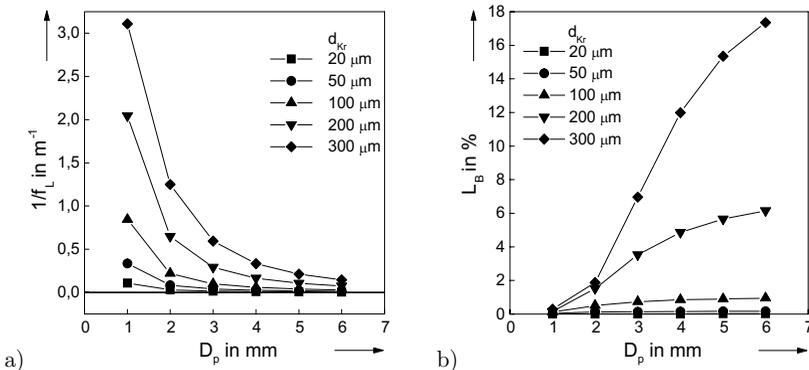


**Abbildung 8.10:** Abgeschätzte maximal erreichbare Ausgangsleistung im transversalen Grundmode bei Kontaktierung mit einer  $300\ \mu\text{m}$  dicken Indiumschiicht auf Kupfer

ten Brechkkräfte und Beugungsverluste. In diesem Fall resultieren die Linsenwirkung und die Beugungsverluste allein aus der thermischen Ausdehnung des Kristalls in axialer Richtung und dem thermo-optischen Effekt. Die Brechkkräfte haben dadurch immer ein positives Vorzeichen und sind bei kleinen gepumpten Durchmessern und großen Kristalldicken größer als bei der Kontaktierung mit Indium. Für große gepumpte Durchmesser nimmt die Brechkraft jedoch ab und nähert sich asymptotisch dem Wert Null. Insbesondere für kleine Kristalldicken von  $100\ \mu\text{m}$  und weniger ist die Brechkraft bereits bei einem gepumpten Durchmesser von  $1\ \text{mm}$  vom Betrag her geringer als bei der Kontaktierung mit Indium, was einen deutlichen Vorteil bezüglich des Stabilitätsbereichs des zugehörigen Grundmode-Resonators darstellt.

Die Beugungsverluste nehmen hier stark mit der Kristalldicke zu. Im Grenzfall unendlich großer gepumpter Durchmesser werden sie durch die gegenüber dem ungepumpten Kristallbereich konstante optische Phasendifferenz innerhalb des gepumpten Durchmessers bestimmt. Die in axialer Richtung integrierte Temperaturerhöhung durch die Wärmeerzeugung im Kristall nimmt in erster Näherung proportional zur Kristalldicke zu, wodurch die optische Phasendifferenz quadratisch und somit der Beugungsverlust mit der vierten Potenz der Kristalldicke zunimmt. Hinzu kommt eine konstante Temperaturerhöhung durch den Wärmewiderstand der Kontaktierung, deren Beitrag zu den Beugungsverlusten mit der dritten Potenz der Kristalldicke zunimmt. Insgesamt ist daher im Grenzfall eine Zunahme der Beugungsverluste zwischen der dritten und vierten Potenz der Kristalldicke zu erwarten. Für gepumpte Durchmesser bis  $3\ \text{mm}$  sind die Beugungsverluste für alle Kristalldicken geringer als bei der Kontaktierung mit Indium. Für größere Durchmesser sind sie insbesondere für Kristalldicken von  $100\ \mu\text{m}$  und darunter deutlich geringer.

Für die fixierte Kontaktierung lässt sich wie für die Kontaktierung mit Indium die extrahierbare Grundmodeleistung unter Berücksichtigung der Beugungsverluste und

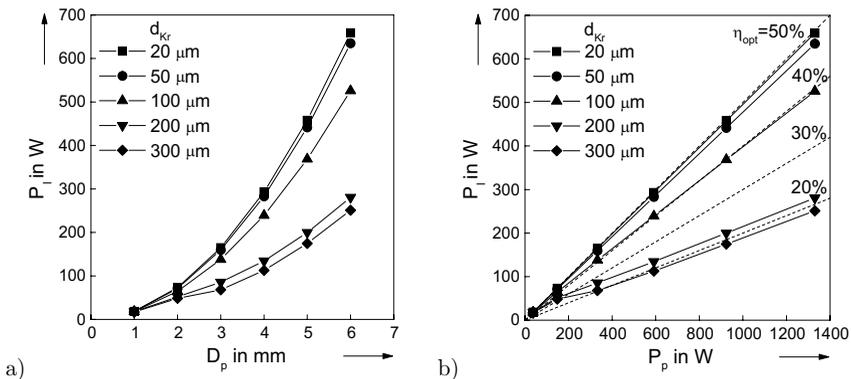


**Abbildung 8.11:** a) Effektive Brechkraft und b) Beugungsverluste des Grundmodes bei fixierter Beschichtung

des Stabilitätsbereichs eines entsprechenden linearen Resonators abschätzen. Die in Abb. 8.12 dargestellten Ergebnisse zeigen, dass für Kristalldicken von  $200\ \mu\text{m}$  und  $300\ \mu\text{m}$  der Wirkungsgrad oberhalb eines gepumpten Durchmessers von  $2\ \text{mm}$ , d.h. bei mehr als  $50\ \text{W}$  Ausgangsleistung, deutlich abnimmt und für hohe Grundmodeleistungen auf Werte von  $\eta_{\text{opt}} \approx 20\ \%$  beschränkt ist. Bei einer Kristalldicke von  $100\ \mu\text{m}$  hingegen lässt sich auch bei hohen Ausgangsleistungen noch ein Wirkungsgrad von  $40\ \%$  erzielen, bei einer Kristalldicke von  $20\ \mu\text{m}$  sogar ein Wirkungsgrad nahe  $50\ \%$ , wobei der Wirkungsgrad bei weiterer Skalierung nahezu konstant bleibt. Wie in Abschnitt 8.5.2.1 gezeigt wird, nimmt jedoch der Wirkungsgrad durch den bisher vernachlässigten Effekt der verstärkten spontanen Emission mit dem gepumpten Durchmesser ab. Bei einer Kristalldicke von  $20\ \mu\text{m}$  beträgt der zu erwartende Wirkungsgrad im Grundmode bei einer Pumpleistung von  $1000\ \text{W}$  daher wie bei einer Kristalldicke von  $100\ \mu\text{m}$  etwa  $40\ \%$ . Bei einer Kristalldicke von  $100\ \mu\text{m}$  nimmt der Wirkungsgrad hingegen erst bei einer Pumpleistung von  $25\ \text{kW}$  auf etwa  $30\ \%$  ab, so dass sich prinzipiell Leistungen im Grundmode-Betrieb bis zu  $7,5\ \text{kW}$  erzielen lassen.

## 8.4 Skalierung der Leistung im polarisierten Betrieb

Für den linear polarisierten Betrieb sind Depolarisationsverluste von Bedeutung, die aus einem Leistungsübertrag von Laserstrahlung einer Polarisationsrichtung in die dazu orthogonale Polarisationsrichtung bei Durchgang durch den Kristall resultiert. Ursache für die Depolarisation sind durch Spannungen hervorgerufene unterschiedliche Brechungsindizes für eine Polarisation in radialer bzw. azimuthaler Richtung. Für diese



**Abbildung 8.12:** Abgeschätzte maximal erreichbare Ausgangsleistung im transversalen Grundmode bei Kontaktierung mit fixierter HR-Beschichtung

spannungsinduzierte Doppelbrechung gilt nach Gl. 4.52 und Gl. 4.55

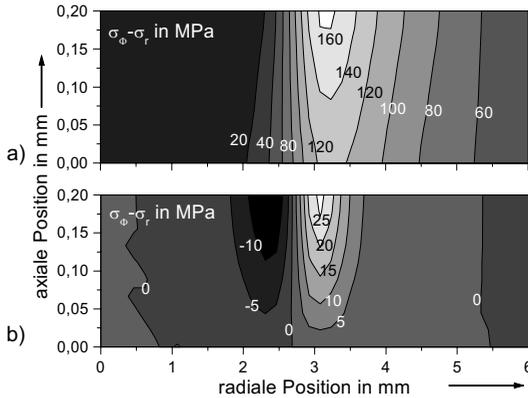
$$\Delta n_{S,\phi} - \Delta n_{S,r} = \left( \frac{\partial n_\phi}{\partial \varepsilon_\phi} - \frac{\partial n_\phi}{\partial \varepsilon_r} \right) (\varepsilon_\phi - \varepsilon_r) = -\frac{n_0^3}{12} [2p_{11} - 2p_{12} + 8p_{44}] \frac{\sigma_\phi - \sigma_r}{E_{\text{elast}}}. \quad (8.5)$$

Sie hängt damit lediglich von der Differenz der Spannungen in radialer und azimuthaler Richtung ab. Für das in Abschnitt 8.2 bereits diskutierte einfache Modell der Scheibe mit in axialer Richtung konstanter Temperatur und gleichzeitig freier Ausdehnung in radialer Richtung gilt nach Gl. 8.1 für die Differenz der thermisch induzierten Spannungen an der radialen Position  $r$

$$(\sigma_\phi - \sigma_r)(r) = \frac{\alpha_{th} E_{\text{elast}}}{1 - \nu} \frac{2}{r^2} \int_0^r (T(r') - T(r)) r' dr'. \quad (8.6)$$

Hieran erkennt man einen weiteren Systemvorteil des Scheibenlasers: Thermisch induzierte Doppelbrechung ist an das Auftreten radialer Temperaturgradienten gekoppelt. Durch den im Wesentlichen axialen Wärmefluss treten diese beim Scheibenlaser lediglich am Rand des gepumpten Volumens auf. Die Depolarisationsverluste sind dadurch wesentlich geringer als beispielsweise bei einer Stabgeometrie mit Kühlung der Mantelfläche, bei der naturgemäß über das gesamte gepumpte Volumen ein radialer Temperaturgradient vorliegt.

In Abb. 8.13 ist für einen gepumpten Durchmesser von 6 mm und eine Kristalldicke von 200  $\mu\text{m}$  beispielhaft die Verteilung der auftretenden Spannungsdifferenz in radialer und azimuthaler Richtung sowohl für eine Kontaktierung mit Indium als auch für eine fixierte HR-Beschichtung dargestellt. Man erkennt, dass für eine Kontaktie-

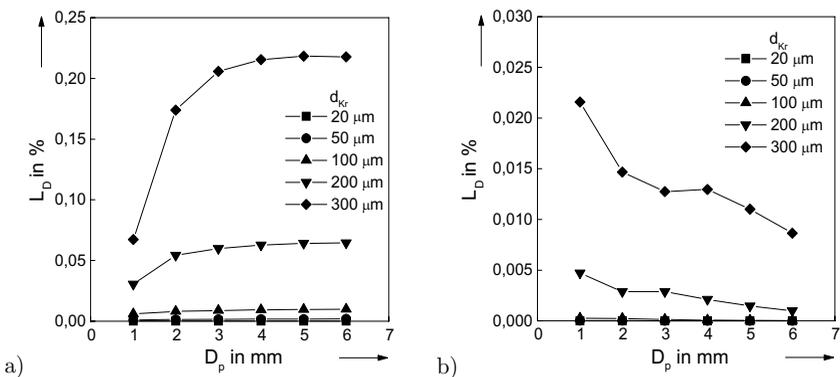


**Abbildung 8.13:** Spannungsdifferenz zwischen radialer und azimuthaler Richtung für  $d_{Kr} = 200\mu\text{m}$ ,  $D_p = 6\text{ mm}$  für a) eine Kontaktierung mit Indium und b) eine Kontaktierung mit fixierter HR-Beschichtung

rung mit Indium die Spannungsdifferenzen wie erwartet hauptsächlich am Rand des gepumpten Durchmessers auftreten und sich das Maximum am oberen Kristallrand befindet, wo der radiale Wärmefluss am größten ist. Bei einer festen Kontaktierung treten die maximalen Spannungsdifferenzen ebenfalls am oberen Rand des gepumpten Durchmessers auf, sind aber durch die unterdrückte Ausdehnung in radialer Richtung wesentlich geringer.

In Abb. 8.14 sind die resultierenden Depolarisationsverluste für den Gauß'schen Grundmode bei der Skalierung über den gepumpten Durchmesser dargestellt, ebenfalls im Vergleich zwischen den beiden Methoden der Kontaktierung. In beiden Fällen sind die Verluste generell sehr gering. Bei der Kontaktierung mit Indium betragen sie bei einer üblichen Kristalldicke von  $200\ \mu\text{m}$  maximal etwa  $0,06\ \%$ , was einer Abnahme des optischen Wirkungsgrades um weniger als  $1,5\ \%$  entspricht. Gleichzeitig nehmen sie stark mit der Kristalldicke ab, so dass sie bei einer Kristalldicke von  $100\ \mu\text{m}$  gegenüber allen anderen auftretenden Verlusten zu vernachlässigen sind. Bei der idealisierten Kontaktierung einer fixierten HR-Beschichtung sind die Depolarisationsverluste demgegenüber nochmals um mehr als eine Größenordnung geringer und nehmen zusätzlich bei Skalierung der Leistung ab, so dass sie generell vernachlässigt werden können.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass durch die axiale Kühlung Depolarisationsverluste im Scheibenlaserdesign sehr gering sind und sich dadurch im linear polarisierten Betrieb prinzipiell vergleichbare Wirkungsgrade wie im unpolarisierten Betrieb erreichen lassen. Einschränkend sei jedoch erwähnt, dass sich durch die reale Form und Kontaktierung einer Kristallscheibe zusätzliche Verluste ergeben können, die insbesondere bei asymmetrischer Form zu einer Vorzugsrichtung der Polarisation führen können. Im Experiment wurden dadurch auch bei sorgfältiger Montage teilweise um bis zu  $25\ \%$  geringere Leistungen als im unpolarisierten Betrieb gemessen [103].



**Abbildung 8.14:** Depolarisationsverluste des Grundmodes bei der Leistungsskalierung über den gepumpten Durchmesser für a) eine Kontaktierung mit Indium, b) eine Kontaktierung mit fixierter HR-Beschichtung

## 8.5 Limitierung durch verstärkte spontane Emission

Für sehr große gepumpte Durchmesser wird der Wirkungsgrad durch die zunehmende Verstärkung der spontan emittierten Fluoreszenz („amplified spontaneous emission“, ASE) begrenzt, die bei den bisherigen Betrachtungen zur Leistungsskalierung vernachlässigt wurde. Existieren dabei geschlossene Wege innerhalb des laseraktiven Mediums, auf denen die Verstärkung gleich den Reflexionsverlusten an den Grenzflächen ist, so entwickeln sich so genannte parasitäre Moden, die jede zusätzlich im Medium deponierte Anregungsenergie abräumen und so die Verstärkung begrenzen. In diesem Kapitel werden zunächst die Grenzen der Skalierung durch parasitäre Moden diskutiert sowie mögliche Methoden, diese zu vermeiden. Anschließend wird dann der Effekt der verstärkten spontanen Emission auf die Leistungsskalierung bei erfolgreicher Unterdrückung parasitärer Moden untersucht.

### 8.5.1 Parasitäre Moden und deren Unterdrückung

Das Problem der parasitären Moden wurde von anderen Autoren bereits im Zusammenhang mit Nd:Glas-Scheibenverstärkern großer Apertur eingehend betrachtet, siehe z.B. [113, 114]. Übertragen auf den Fall des Scheibenlasers lassen sich demnach im Wesentlichen drei Arten von parasitären Moden unterscheiden: Ringmoden, Transversalmoden und radiale Moden, die im Nachfolgenden separat diskutiert werden.

#### 8.5.1.1 Ringmoden

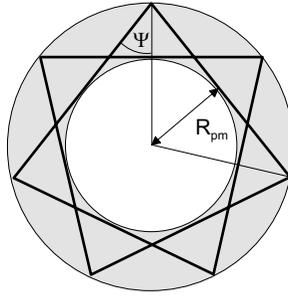
Ringmoden laufen in der Ebene der Scheibe um, wobei sie lediglich an der Mantelfläche des Kristalls, die im Folgenden auch vereinfacht als Kristallrand bezeichnet wird, Reflexionsverluste erfahren. Diese Reflexionsverluste werden insbesondere dann klein, wenn der Einfallswinkel  $\psi$  auf die Mantelfläche größer ist als der Grenzwinkel der Totalreflexion  $\alpha_{tir}$ . Ein Beispiel für einen solchen Ringmode ist in Abb. 8.15 dargestellt. Sei  $n_{Kr}$  der Brechungsindex der Kristallscheibe und  $n_u$  der Brechungsindex des umgebenden Mediums, so muss in diesem Fall die Bedingung

$$\psi \geq \alpha_{tir} = \arcsin \frac{n_u}{n_{Kr}} \quad (8.7)$$

erfüllt sein. Der radiale Abstand  $R_{pm}$  der parasitären Moden von der Scheibenmitte ist daher durch

$$R_{pm} \geq \frac{D_{Kr}}{2} \sin \psi = \frac{D_{Kr}}{2} \frac{n_u}{n_{Kr}} \quad (8.8)$$

gegeben. Grenzt der Scheibenrand direkt an Luft, so sollte beispielsweise für das Vier-Niveau-Material Nd:YAG mit einem Brechungsindex von  $n_{Kr} = 1,82$  der Kristalldurchmesser mindestens das 1,8-fache des gepumpten Durchmessers betragen, um das



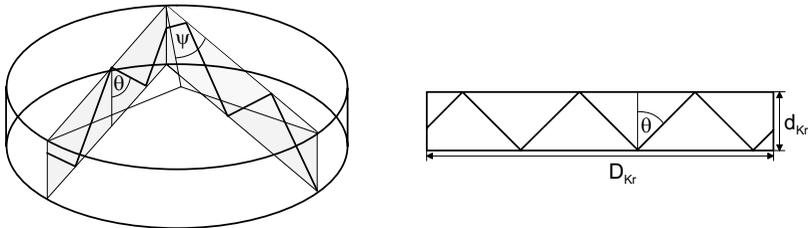
**Abbildung 8.15:** Beispiel für den Verlauf eines möglichen Ringmodes in einer YAG-Kristallscheibe

Entstehen parasitärer Ringmoden zu vermeiden. Bei Quasi-Drei-Niveau-Materialien wie Yb:YAG ist für den Ringmode neben der Verstärkung im gepumpten Bereich auch die Reabsorption innerhalb des ungepumpten Bereichs zu berücksichtigen. Wie im Folgenden noch näher dargestellt, nimmt jedoch das Verhältnis von Verstärkung zu Reabsorption mit der Wellenlänge zu, so dass immer eine Wellenlänge existiert, für die die Verstärkung größer ist als der Verlust durch Reabsorption. Auch bei Quasi-Drei-Niveau-Materialien sollte daher der gepumpte Durchmesser nicht größer als  $2R_{pm}$  sein.

### 8.5.1.2 Transversalmoden

Transversalmoden laufen unter mehrfachen Reflexionen an den beiden Stirnflächen in der Scheibe um, wie in Abb. 8.16 dargestellt. Der Mode, der durch die Scheibenmitte verläuft ( $\psi = 0$ ), hat dabei die größte Verstärkung pro Umlauf und soll daher hier ausschließlich betrachtet werden. Seien  $\rho_{HR}(\theta)$ ,  $\rho_{AR}(\theta)$  und  $\rho_{Rd}(\theta)$  die Reflexionsgrade der HR- und der AR-Beschichtung und der Mantelfläche des Kristalls, so muss für das Anschwingen des Modes die Bedingung

$$\rho_{HR}(\theta)^{N_r} \rho_{AR}(\theta)^{N_r} \rho_{Rd}(\theta) \exp\left(\frac{\bar{g} D_{Kr}}{\sin \theta}\right) = 1 \quad (8.9)$$



**Abbildung 8.16:** Skizze der parasitären Transversalmoden

erfüllt sein. Dabei bezeichnen  $\bar{g}$  den mittleren Koeffizienten der Verstärkung und  $N_r$  die über mehrere Umläufe gemittelte Anzahl der Reflexionen an der jeweiligen Stirnfläche pro Durchgang durch die Scheibe. Sie ist gegeben durch

$$N_r = \frac{D_{Kr}}{2d_{Kr} \tan \theta}, \quad (8.10)$$

wobei  $\theta$  wie in Abb. 8.16 dargestellt der Winkel zwischen Ausbreitungsrichtung und Scheibenachse ist. Als Voraussetzung für das Ausbilden eines Modes gilt neben der Schwellbedingung, dass die Strahlung auf einem geschlossenen Weg umläuft. Im einfachsten Fall reproduziert sich der Mode nach einem Umlauf, d.h.  $2N_r$  muss eine ganze Zahl sein. Es ist jedoch auch denkbar, dass sich der Mode erst nach  $n$  Umläufen reproduziert, so dass  $2nN_r$  eine ganze Zahl ist. Aus diesem Grund wird im Weiteren eine Einschränkung bezüglich möglicher Zahlenwerte für  $N_r$  nicht weiter berücksichtigt. Für die Berechnung des mittleren Koeffizienten der Verstärkung  $\bar{g}$  lässt sich in erster Näherung annehmen, dass innerhalb des gepumpten Volumens mit dem Durchmesser  $D_p$  ein konstanter Verstärkungskoeffizient  $g^{(p)}$  vorliegt und außerhalb des gepumpten Bereichs ein konstanter Absorptionskoeffizient  $\alpha^{(0)}$ , der sich für Quasi-Drei-Niveau Materialien aus der Reabsorption ergibt. Es gilt

$$\bar{g} = \frac{g^{(p)}D_p - \alpha^{(0)}(D_{Kr} - D_p)}{D_{Kr}}. \quad (8.11)$$

Die Antireflex-Beschichtung ist üblicherweise so ausgelegt, dass die Reflexion für Einfallswinkel, die kleiner sind als der Grenzwinkel der Totalreflexion, sehr gering ist. Der Transversalmode kann daher erst für  $\theta > \alpha_{tir}$  anschwingen, wobei der Grenzwinkel der Totalreflexion unabhängig vom Design der AR-Beschichtung durch das umgebende Medium festgelegt ist. Für  $\alpha_{tir} < \theta < \pi/2 - \alpha_{tir}$  erfährt der Mode sowohl an der AR-Beschichtung als auch am Kristallrand Totalreflexion. Für YAG mit Luft als umgebendem Medium ist diese Bedingung für  $33,3^\circ < \theta < 56,7^\circ$  erfüllt. Es lässt sich nun die Resonatorbedingung Gl. 8.9 unter verschiedenen Randbedingungen diskutieren.

Nimmt man zunächst an, dass alle Reflexionen verlustfrei erfolgen, d.h. Antireflex-Beschichtung, hochreflektierende Beschichtung und der Kristallrand den Reflexionsgrad  $\rho = 1$  besitzen, so ergibt sich aus Gl. 8.9 die Bedingung

$$g^{(p)}D_p - \alpha^{(0)}(D_{Kr} - D_p) \geq 0 \quad (8.12)$$

für das Anschwingen des Transversalmodes. Mit

$$g^{(p)} = N_2 \left( \sigma_{em}^{(p)} + \sigma_{abs}^{(p)} \right) - N_{dot} \sigma_{abs}^{(p)}, \quad \alpha^{(0)} = N_{dot} \sigma_{abs}^{(0)}, \quad (8.13)$$

wobei  $\sigma_{abs}^{(p)}$  und  $\sigma_{em}^{(p)}$  den Absorptions- bzw. Emissionswirkungsquerschnitt innerhalb des gepumpten Bereichs und  $\sigma_{abs}^{(0)}$  den Absorptionswirkungsquerschnitt außerhalb des gepumpten Bereichs für die jeweilige Wellenlänge bezeichnen, folgt als Bedingung

$$\frac{N_2}{N_{dot}} \geq \frac{\left( \frac{D_{Kr}}{D_p} - 1 \right) \sigma_{abs}^{(0)} + \sigma_{abs}^{(p)}}{\sigma_{em}^{(p)} + \sigma_{abs}^{(p)}}. \quad (8.14)$$

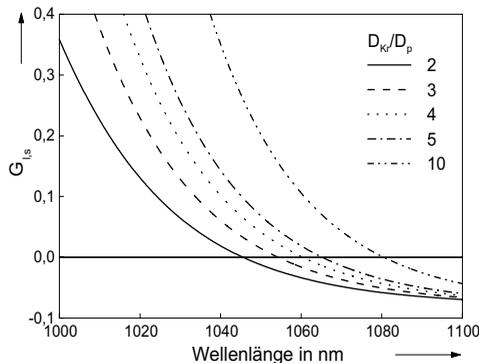
Für eine gegebene Dotierung und Kristalldicke lässt sich dies übertragen in eine Bedingung für die Verstärkung auf der Laserwellenlänge im Resonator pro 2fachem Durchgang durch den Kristall,  $G_{l,s}$ , die erfüllt sein muss, damit der parasitäre Transversalmode anschwingt. Für Vier-Niveau-Systeme mit  $\sigma_{abs} = 0$  ist diese Bedingung offensichtlich immer erfüllt, d.h. für ideale Reflexionsgrade bilden sich Transversalmoden aus und der Laser kann nicht anschwngen. Für das Quasi-Drei-Niveau-System Yb:YAG ist in Abb. 8.17 die Schwell-Verstärkung über der Wellenlänge für verschiedene Verhältnisse von Kristalldurchmesser zu gepumptem Durchmesser aufgetragen. Dabei wurden die Parameter des Bezugsmodells aus Kap. 7 zugrunde gelegt, d.h. eine Kristalldicke von  $200 \mu\text{m}$  bei einer Dotierung von 10 at.%. Die mittlere Kristalltemperatur innerhalb des gepumpten Volumens beträgt dabei etwa 370 K, außerhalb des gepumpten Volumens wurde eine Kristalltemperatur von 290 K angenommen. Man erkennt, dass einerseits die Schwell-Verstärkung wie zu erwarten mit dem Verhältnis  $D_{Kr}/D_p$  zunimmt, andererseits schon unterhalb der Transparenzschwelle des Resonators ( $G_{l,s} = 0$ ) parasitäre Transversalmoden bei größeren Wellenlängen als der Laserwellenlänge anschwngen und somit eine Lasertätigkeit verhindern. Auch für Quasi-Drei-Niveau-Materialien ist also bei idealer Reflexion der spontanen Emission kein Laserbetrieb möglich.

Betrachtet man nun verlustbehaftete Reflexionen, so erhält man als Bedingung für das Anschwingen von Transversalmoden

$$-\ln R(\theta) \sin(\theta) \leq N_{dot} \left[ D_p \left( \frac{N_2}{N_{dot}} (\sigma_{em}^{(p)} + \sigma_{abs}^{(p)}) - \sigma_{abs}^{(p)} + \sigma_{abs}^{(0)} \right) - D_{Kr} \sigma_{abs}^{(0)} \right] \quad (8.15)$$

$$\text{mit } R(\theta) = \rho_{HR}(\theta)^{N_r} \rho_{AR}(\theta)^{N_r} \rho_{Rd}(\theta). \quad (8.16)$$

Es sollen nun zwei Fälle weiter untersucht werden: der Fall einer idealen Reflexion an AR- und HR-Beschichtung und der Fall einer idealen Reflexion am Kristallrand.

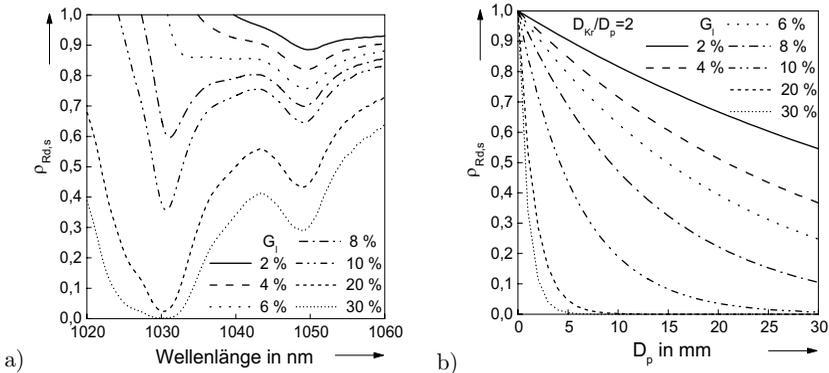


**Abbildung 8.17:** Schwell-Verstärkung innerhalb des Resonators für das Anschwingen des parasitären Transversalmodes bei idealen Reflexionsgraden

Ist der Reflexionsgrad an AR- und HR-Beschichtung unter Winkeln der Totalreflexion  $\rho_{HR} = \rho_{AR} = 1$ , so erfährt der Transversalmode mit  $\theta = \alpha_{tir}$  die größte Verstärkung und es gilt für den Reflexionsgrad  $\rho_{Rd,s}$  bei dem der Transversalmode anschwingt

$$\rho_{Rd,s} \geq \exp \left[ -N_{dot} n_{Kr} D_p \left[ \frac{N_2}{N_{dot}} \left( \sigma_{em}^{(p)} + \sigma_{abs}^{(p)} \right) - \sigma_{abs}^{(p)} - \left( \frac{D_{Kr}}{D_p} - 1 \right) \sigma_{abs}^{(0)} \right] \right]. \quad (8.17)$$

In Abb. 8.18 a) sind die entsprechenden Schwellwerte des Reflexionsgrades in Abhängigkeit von der Wellenlänge dargestellt. Als Parameter wurde dabei die Verstärkung  $G_l$  für das Resonatorstrahlungsfeld pro 2fachem Durchgang durch den Kristall gewählt und wiederum das Bezugsmodell aus Kap. 7 zugrunde gelegt. Der gepumpte Durchmesser beträgt 6 mm, der Kristalldurchmesser 12 mm. Eine Verstärkung von  $G_l = 2\%$  entspricht dabei etwa einem Dauerstrich-Laserbetrieb mit resonatorinternen Verlusten von  $L_{int} = 0,1\%$  und optimalem Auskoppelgrad, eine Verstärkung von  $G_l = 30\%$  entspricht der Kleinsignalverstärkung bei unterbrochenem Resonator, wie sie beispielsweise im gütegeschalteten Betrieb erreicht werden kann. Man erkennt, dass bei idealem Reflexionsgrad der Kristallbeschichtungen das Anschwingen parasitärer Moden empfindlich vom Reflexionsgrad des Kristallrandes abhängt. Im normalen Dauerstrich-Betrieb darf der Reflexionsgrad bei  $\lambda = 1050$  nm nicht mehr als 88 % betragen. Wird der Resonator unterbrochen, so bilden sich bereits bei Reflexionsgraden von 0,1 % bei einer Wellenlänge von 1030 nm Transversalmoden aus. Das bedeutet, dass bei ideal reflektierenden Beschichtungen der Kontrolle des Reflexionsgrades am Kristallrand eine entscheidende Rolle zukommt, wie es beispielsweise auch bei in Transmission betriebenen Scheibenverstärkern der Fall ist [113, 114]. Wie Gleichung 8.17 zeigt, skaliert dabei der kritische Reflexionsgrad bei gleichbleibendem Verhältnis  $D_{Kr}/D_p$  mit dem gepumpten Durchmesser. Dies ist in Abb. 8.18 b) dargestellt. Wie man sieht, kann bei



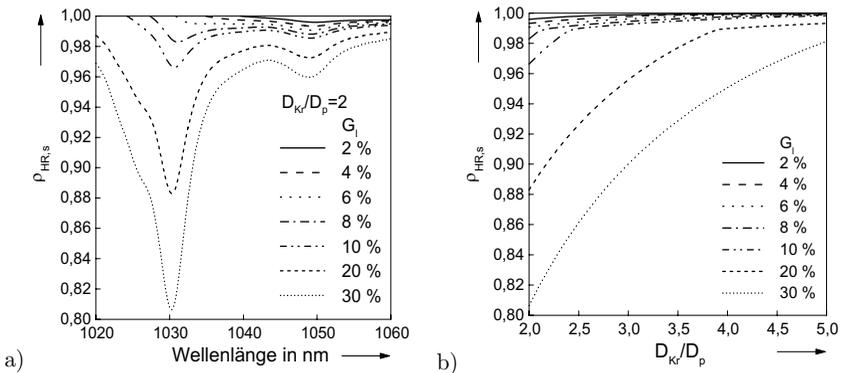
**Abbildung 8.18:** Reflexionsgrade des Kristallrandes, für die der parasitäre Transversalmode anschwingt mit der Verstärkung  $G_l$  im Resonator als Parameter und  $D_{Kr}/D_p = 2$ , a) in Abhängigkeit von der Wellenlänge für  $D_p = 6$  mm, b) in Abhängigkeit von  $D_p$

ideal reflektierenden AR- und HR-Beschichtungen der Reflexionsgrad des Kristallrandes eine wesentliche Grenze der Skalierbarkeit darstellen. Möglichkeiten der Reflexionsverminderung werden in Kapitel 8.5.1.4 diskutiert.

Betrachtet man nun den Fall einer idealen Reflexion am Kristallrand und setzt einen winkelunabhängigen Reflexionsgrad von AR- und HR-Beschichtung voraus, so erfährt der Transversalmode mit  $\theta = 90^\circ - \alpha_{tir}$ , also der Mode mit der geringsten Anzahl an Reflexionen an den Stirnflächen, die größte Verstärkung. Unter der Voraussetzung, dass die Reflexion an der AR-Beschichtung ideal ist, gilt dann für den Reflexionsgrad  $\rho_{HR,s}$  bei dem der Transversalmode anschwingt

$$\rho_{HR,s} \geq \exp \left[ -2n_{Kr}d_{Kr}N_{dot} \left[ \frac{D_p}{D_{Kr}} \left( \frac{N_2}{N_{dot}} \left( \sigma_{em}^{(p)} + \sigma_{abs}^{(p)} \right) - \sigma_{abs}^{(p)} + \sigma_{abs}^{(0)} \right) - \sigma_{abs}^{(0)} \right] \right]. \quad (8.18)$$

Abb. 8.19 a) zeigt für einen gepumpten Durchmesser von 6 mm und einen Kristalldurchmesser von 12 mm, dass aufgrund der großen Anzahl an Reflexionen an der HR-Beschichtung (im gewählten Beispiel sind es 19,7 pro Umlauf) hier bereits geringe Verluste genügen, um parasitäre Moden zu unterdrücken. Für den normalen Dauerstrich-Betrieb genügt es, im kritischen Winkelbereich Reflexionsgrade von  $\rho_{HR} < 99,6\%$  zu verwenden. Für den Betrieb ohne Resonator sollte der Reflexionsgrad bei  $\lambda = 1030$  nm allerdings nicht größer als 80 % sein. Anhand von Gl. 8.18 erkennt man, dass hier der kritische Reflexionsgrad nicht mit dem gepumpten Durchmesser skaliert wie im vorigen Fall, sondern sich nur mit dem Verhältnis  $D_{Kr}/D_p$  ändert. In Abb. 8.19 b) ist die entsprechende Abhängigkeit dargestellt, wobei jeweils der über alle Wellenlängen kleinste kritische Reflexionsgrad aufgetragen ist. Für den Dauerstrich-Betrieb mit  $G_l = 2\%$  nimmt dabei der kritische Reflexionsgrad nur geringfügig mit dem Verhältnis  $D_{Kr}/D_p$



**Abbildung 8.19:** Reflexionsgrade der HR-Beschichtung, für die der parasitäre Transversalmode anschwingt mit der Verstärkung  $G_l$  im Resonator als Parameter, a) in Abhängigkeit von der Wellenlänge für  $D_{Kr}/D_p = 2$ , b) in Abhängigkeit von  $D_{Kr}/D_p$

zu, im Betrieb ohne Resonator hingegen lässt sich der verwendbare Reflexionsgrad der HR-Beschichtung durch ein größeres Verhältnis  $D_{Kr}/D_p$  deutlich steigern. Der kritische Reflexionsgrad der HR-Beschichtung ist insofern von Bedeutung, als transmittierte Fluoreszenz in der nachfolgenden Kristallkontaktierung absorbiert wird und so zur abzuführenden Wärmestromdichte beiträgt. Je nach Wärmewiderstand der Kontaktierung führt dies zu einer Temperaturerhöhung im laseraktiven Medium, die den Wirkungsgrad verringert. Daher ist es vorteilhaft, einen möglichst großen Reflexionsgrad zu verwenden, was in Kap. 8.5.2 noch eingehender diskutiert wird.

Ein weiterer Parameter, von dem der kritische Reflexionsgrad abhängt, ist die Kristalldicke, wie man anhand Gl. 8.18 sieht. Verringert sich bei gleicher Dotierungskonzentration die Kristalldicke, etwa durch die Verwendung einer größeren Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen, so erhöht sich dadurch die Schwelle für parasitäre Transversalmoden, was einen weiteren Vorteil einer großen Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen darstellt. Die Dotierung hat nur einen geringen Einfluss auf den kritischen Reflexionsgrad, da das Produkt aus Dotierungskonzentration und optimaler Kristalldicke annähernd konstant ist (s. Kap. 7.9). Aus dem gleichen Grund ändert sich bei fester Verstärkung  $G_l$  auch die relative Besetzung des oberen Multipletts  $N_2/N_{dot}$  nur unwesentlich mit der Dotierung, so dass die kritischen Reflexionsgrade der HR-Beschichtung unabhängig von der Dotierung sind.

### 8.5.1.3 Radiale Moden

Werden alle anderen parasitären Moden durch geeignete Maßnahmen unterdrückt, so können als letzte Moden noch die radialen Moden anschwingen. Diese verlaufen parallel zu den Stirnflächen durch die Scheibenmitte und werden von der Mantelfläche des Kristalls unter senkrechter Inzidenz reflektiert. Die Anschwingbedingung lautet in diesem Fall

$$\rho_{Rd,s} \geq \exp \left[ -N_{dot} D_p \left[ \frac{N_2}{N_{dot}} \left( \sigma_{em}^{(p)} + \sigma_{abs}^{(p)} \right) - \sigma_{abs}^{(p)} - \left( \frac{D_{Kr}}{D_p} - 1 \right) \sigma_{abs}^{(0)} \right] \right]. \quad (8.19)$$

In Abb. 8.20 ist der Grenzwert der radialen Reflexion  $\rho_{Rd,s}$  für verschiedene Werte der resonatorinternen Verstärkung  $G_l$  in Abhängigkeit vom gepumpten Durchmesser dargestellt, wobei ein Verhältnis von  $D_{Kr}/D_p = 2$  beibehalten wurde. Ebenfalls eingezeichnet ist der Reflexionsgrad aufgrund von Fresnel-Reflexion bei umgebender Luft,  $\rho_{Fr} = 8,46$  %. Wie man sieht, stellen im Dauerstrichbetrieb mit  $G_l = 2$  % radiale Moden keine wesentliche Begrenzung der Skalierbarkeit dar. Bei unterbrochenem Resonator mit  $G_l = 30$  % können sich allerdings bei idealer Fresnel-Reflexion bereits bei gepumpten Durchmessern von 4 mm radiale Moden ausbilden, die die maximale Verstärkung entsprechend begrenzen. Durch Vergrößern des Verhältnisses  $D_{Kr}/D_p$  oder durch Verringern des Reflexionsgrades  $\rho_{Rd}$  kann die Schwelle der radialen Moden angehoben werden. Die mit diesen beiden Maßnahmen erreichbare maximale Verstärkung  $G_{l,max}$  ist in den Abbildungen 8.21 a) und b) dargestellt. Bei kleinen Durchmessern liegt dabei die Grenze bei  $G_{l,max} = 61$  %, bei der der Laserkristall mit den hier gewählten Dimensionen für die Pumpwellenlänge von 940 nm

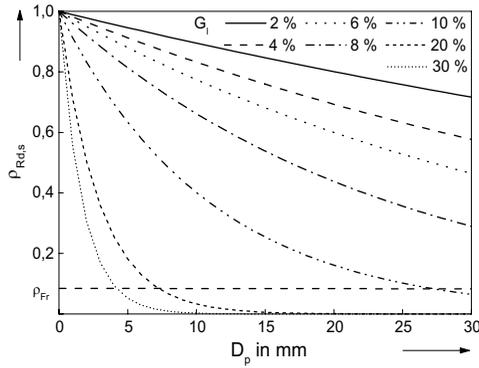


Abbildung 8.20: Reflexionsgrad des Kristallrandes, für den radiale parasitäre Moden anschwingen für  $D_{Kr}/D_p = 2$

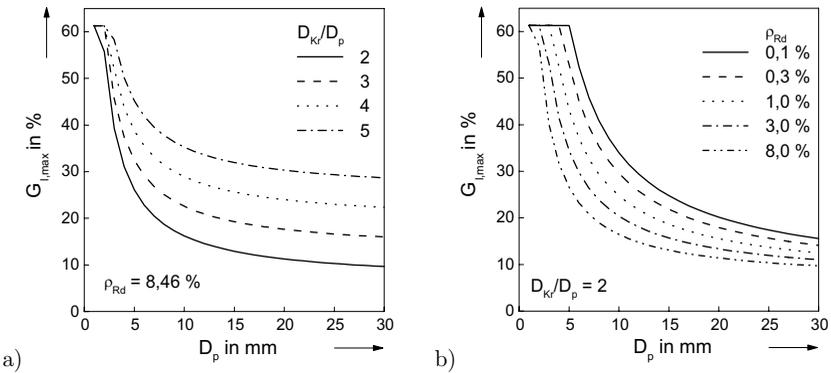
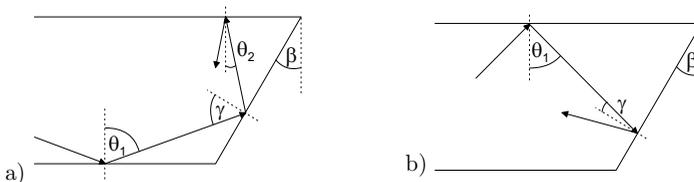


Abbildung 8.21: Maximal erreichbare Verstärkung im Resonator a) in Abhängigkeit von  $D_{Kr}/D_p$  bei  $\rho_{Rd} = 8,46\%$ , b) in Abhängigkeit von  $\rho_{Rd}$  bei  $D_{Kr}/D_p = 2$

transparent wird. Bei großen gepumpten Durchmessern lässt sich durch Erhöhen des Verhältnisses von  $D_{Kr}/D_p$  eine deutliche Steigerung der maximalen Verstärkung erreichen. Es ist jedoch dabei zu berücksichtigen, dass der maximale Kristalldurchmesser durch die Kristallzucht derzeit auf Werte von etwa 6 cm beschränkt ist, so dass sich für  $D_{Kr}/D_p = 5$  ein maximaler gepumpter Durchmesser von 12 mm ergibt. Äquivalent zur Verwendung großer Verhältnisse  $D_{Kr}/D_p$  ist die Reduktion des Reflexionsgrades  $\rho_{Rd}$ . Dies kann durch Brechungsindex-angepasste Materialien mit einem hohen Absorptionsgrad erfolgen, die sich in Kontakt mit dem Kristallrand befinden. Neben Fluiden, die zu zusätzlichem Aufwand bei der Konstruktion der Halterung führen, wären im Fall von Yb:YAG beispielsweise hochdotiertes Yb:YAG, YbAG oder  $\text{Cr}^{4+}$ :YAG geeignet, das mit dem Laserkristall durch thermisches Bonden verbunden werden kann. Da diese Materialien etwa den gleichen Ausdehnungskoeffizienten wie der Laserkristall besitzen, sind auf diese Weise thermische Spannungen auf ein Minimum reduziert. YbAG besitzt auf der Laserwellenlänge bei Raumtemperatur einen Absorptionskoeffizienten von  $16 \text{ cm}^{-1}$ , so dass ein zusätzlicher Rand von 1,4 mm Stärke den Reflexionsgrad um den Faktor 100 senkt.  $\text{Cr}^{4+}$ :YAG mit einer derzeit maximal möglichen  $\text{Cr}^{4+}$ -Ionendichte von etwa  $4 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^{-3}$  hat bei  $\lambda = 1030 \text{ nm}$  einen Absorptionskoeffizienten von  $8 \text{ cm}^{-1}$  [78], so dass hier ein Rand mit einer Breite von 2,9 mm den gleichen Effekt bewirkt.

#### 8.5.1.4 Unterdrückung parasitärer Moden durch Abschrägen des Kristallrandes

Eine weitere und relativ einfache Möglichkeit, sowohl parasitäre radiale als auch transversale Moden zu unterdrücken, besteht im Abschrägen des Kristallrandes. In [115, 116] wird diese Methode für eine Slab-Geometrie verwendet, indem eine der Kristallseiten in zwei Richtungen unter einem geringen Winkel angeschliffen ist. Dies verhindert zwar das Entstehen von Modenstrukturen, die geschlossene Wege voraussetzen, allerdings ist die mittlere Zahl der Kristallumläufe für ein spontan emittiertes Photon immer noch relativ groß, so dass es entsprechende Verstärkung erfährt. Günstiger ist es im Fall der Scheibengeometrie, den Kristallrand symmetrisch unter einem Winkel  $\beta$  anzuschleifen, so wie in Abb. 8.22 dargestellt und in ähnlicher Form bereits in [10, 11, 117] vorgeschlagen. Verfolgt man den Strahlverlauf möglicher transversaler Moden, so lassen sich zwei Fälle des Auftreffens auf den Kristallrand unterscheiden, je nachdem, ob die Strahlung von der Kristallober- oder der -unterseite her auf den



**Abbildung 8.22:** Skizze des Strahlverlaufs parasitärer transversaler Moden bei abgeschrägtem Kristallrand

Rand trifft.

Man betrachte zuerst den Fall, dass die Strahlung von der Kristallunterseite her auf den Kristallrand trifft (Abb. 8.22a)). Hat ein Photon zunächst einen Einfallswinkel  $\theta_1$  auf die Stirnflächen, so hat es nach Reflexion am Kristallrand einen Einfallswinkel  $\theta_2 = |\theta_1 - 2\beta|$ . Wird  $\beta$  im Bereich

$$\frac{90^\circ - \alpha_{tir}}{2} < \beta < \alpha_{tir} \quad (8.20)$$

gewählt, so gilt für alle  $\theta_1 > \alpha_{tir}$ , d.h. für alle Strahlen, die zunächst an der AR-Beschichtung Totalreflexion erfahren, dass  $\theta_2 < \alpha_{tir}$  gilt. Nach der Reflexion am Kristallrand werden diese Strahlen daher von der AR-Beschichtung zum größten Teil transmittiert, so dass die Verluste für diese Moden stark ansteigen. Für YAG bedeutet Bedingung 8.20, dass  $28,4^\circ < \beta < 33,3^\circ$  gelten muss. Aus Gl. 8.20 ergibt sich ebenfalls, dass dieses Verfahren nur für laseraktive Materialien mit  $n_{Kr} < 2$  in dieser Form einsetzbar ist.

Betrachtet man den Fall, dass die Strahlung von der Kristalloberseite her auf den Kristallrand trifft (Abb. 8.22b)), so erfahren alle Strahlen mit  $\theta_1 > \alpha_{tir}$  auch nach der Reflexion größtenteils Totalreflexion an der AR-Beschichtung. Wird jedoch der Winkel  $\beta$  im Bereich

$$90^\circ - 2\alpha_{tir} < \beta < \alpha_{tir} \quad (8.21)$$

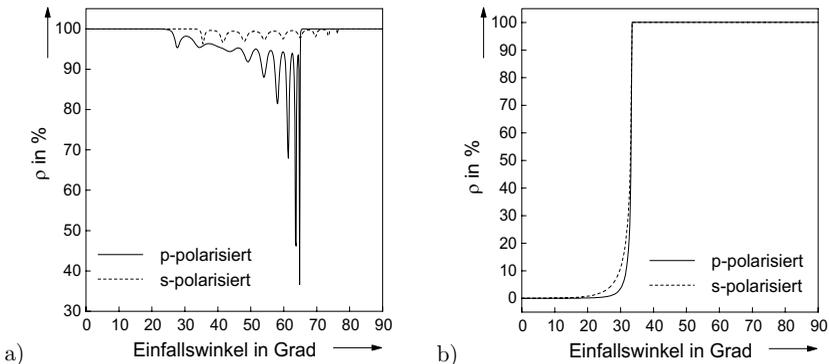
gewählt, so gilt für alle  $\theta_1 > \alpha_{tir}$ , dass der Einfallswinkel  $\gamma = |90^\circ - \beta - \theta_1|$  auf den Kristallrand kleiner ist als der Grenzwinkel der Totalreflexion, die Verluste für diese Moden also ebenfalls stark ansteigen. Für  $n_{Kr} < 2$  ist Gl. 8.21 automatisch erfüllt, wenn Gl. 8.20 erfüllt ist. Für YAG ist also die Bedingung  $28,4^\circ < \beta < 33,3^\circ$  hinreichend, um sowohl radiale als auch transversale parasitäre Moden effektiv zu unterdrücken.

### 8.5.2 Leistungsskalierung bei Unterdrückung parasitärer Moden

In diesem Abschnitt wird untersucht, welchen Effekt die verstärkte spontane Emission bei der Leistungsskalierung über den gepumpten Durchmesser hat und welche Leistungsgrenzen sich trotz Unterdrückung parasitärer Moden ergeben. Dabei wird sowohl der Wirkungsgrad im Dauerstrich-Betrieb betrachtet als auch die erreichbare Verstärkung ohne Resonator, um den Einfluss auf den gepulsten Betrieb abschätzen zu können.

Für die Berechnungen werden ausgehend vom Parametersatz des Bezugsmodells (Tab. 7.1) alle Dimensionen in lateraler Richtung skaliert, d.h. es wird eine konstante maximale Pumpleistungsdichte von  $E_p = 4,25 \text{ kW/cm}^2$  verwendet. Bei der Berechnung der verstärkten spontanen Emission wird der winkelabhängige Reflexionsgrad der HR- und

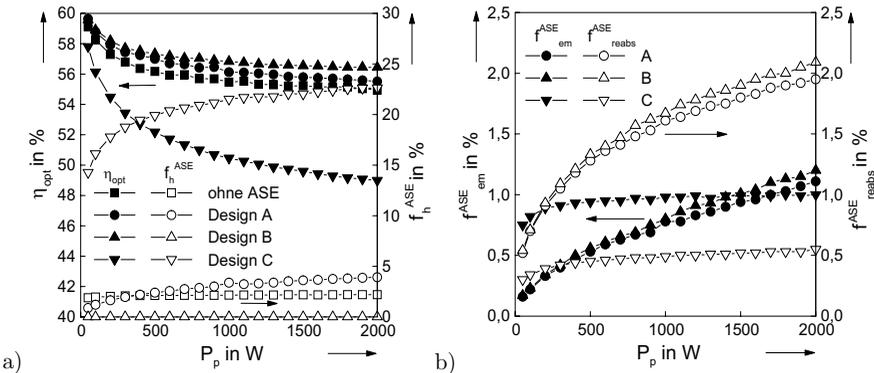
der AR-Beschichtung berücksichtigt. Dabei werden drei verschiedene Beschichtungsdesigns betrachtet, die im Folgenden mit A, B und C bezeichnet werden. Bei Design A handelt es sich auf der Seite der HR-Beschichtung um eine dem derzeitigen Stand der Technik entsprechende dielektrische Beschichtung mit neun Paaren aus abwechselnd hoch- und niedrigbrechenden Schichten und einer anschließenden Kupferbeschichtung (s.a. Kap. 4.5, [31]). Die AR-Beschichtung besteht aus einer Magnesiumfluorid-Schicht, deren optische Dicke einem Viertel der Laserwellenlänge entspricht. Das berechnete Winkelspektrum des Reflexionsgrades ist in Abb. 8.23 für beide Beschichtungen bei der mittleren Wellenlänge der spontanen Fluoreszenz von  $\lambda_f = 1017$  nm dargestellt. Für die Beschichtungsdesigns B und C wird jeweils eine ideale AR-Beschichtung mit einem Reflexionsgrad von  $\rho_{AR} = 0$  für Einfallswinkel  $\alpha < \alpha_{tot}$  und  $\rho_{AR} = 1$  für Einfallswinkel  $\alpha > \alpha_{tot}$  angenommen. Die HR-Beschichtung im Design B ist ideal reflektierend mit  $\rho_{HR} = 1$  unabhängig vom Einfallswinkel. Sie ist damit optimiert für eine möglichst geringe Wärmeerzeugung durch in der Kontaktierung absorbierte Fluoreszenzstrahlung. Die HR-Beschichtung im Design C besitzt dagegen einen Reflexionsgrad  $\rho_{HR} = 1$  für  $\alpha < \alpha_{tot}$  und  $\rho_{HR} = 0$  für  $\alpha > \alpha_{tot}$  und ist damit optimiert für eine möglichst wirkungsvolle Reduktion des Verlustes an deponierter Anregungsenergie durch verstärkte spontane Emission. Der Reflexionsgrad realer Designs wird im Winkelbereich  $\alpha > \alpha_{tot}$  immer zwischen den Extremalwerten dieser beiden Designs liegen. Für den Widerstand der Beschichtung wird unabhängig vom Design der für das reale Design A angenommene verwendet (s. Kap. 4.5). In allen Berechnungen wird vorausgesetzt, dass parasitäre radiale und transversale Moden vollständig unterdrückt werden durch eine entsprechende Präparation des Kristallrandes, die vom Kristallrand reflektierte Fluoreszenzstrahlung also vernachlässigt werden kann. Dies kann, wie in den vorangegangenen Kapiteln diskutiert, entweder durch ein umgebendes absorbierendes Material oder durch einen abgeschrägten Kristallrand realisiert werden.



**Abbildung 8.23:** Winkelspektrum des Beschichtungsdesigns A bei einer Wellenlänge von  $\lambda = 1017$  nm; a) HR-Beschichtung, b) AR-Beschichtung

## 8.5.2.1 Skalierung im Dauerstrich-Betrieb

Zunächst wird der Einfluss der verstärkten spontanen Emission auf den Wirkungsgrad und die maximal erreichbare Leistung im Dauerstrich-Betrieb untersucht. In Abb. 8.24a) sind der berechnete Wirkungsgrad und der Wärmeeerzeugungsgrad  $f_h^{ASE}$  aufgrund der durch die HR-Beschichtung transmittierten Fluoreszenz bis zu einer Pumpleistung von 2 kW aufgetragen. Zum Vergleich enthält Abb. 8.24a) ebenfalls die Ergebnisse für das Bezugsmodell, in dem ohne Berücksichtigung der verstärkten spontanen Emission angenommen wurde, dass ein konstanter Anteil von 10 % der spontan emittierten Fluoreszenz innerhalb des gepumpten Durchmessers durch die HR-Beschichtung transmittiert wird. Der dadurch errechnete Wärmeeerzeugungsgrad von  $f_h^{ASE} = 2,2 \%$  (bezogen auf die absorbierte Pumpleistung) stimmt bis zu einer Pumpleistung von 1 kW in guter Näherung mit den Ergebnissen der genaueren Rechnung für das Design A überein, bei dem bei einer Pumpleistung von 1 kW ein Wärmeeerzeugungsgrad von  $f_h^{ASE} = 3,1 \%$  erreicht wird. Dieser etwas höhere Wärmeeerzeugungsgrad hat jedoch nur einen geringen Einfluss auf den Wirkungsgrad. Vielmehr zeigt sich, dass sich sowohl für das Design A als auch das Design B durch die Berücksichtigung der verstärkten spontanen Emission ein um etwa 1 % höherer Wirkungsgrad ergibt. Der Grund dafür ist in Abb. 8.24b) zu erkennen. Darin ist zum einen der Anteil  $f_{em}^{ASE}$  der absorbierten Pumpleistung aufgetragen, der von der spontanen Fluoreszenz durch induzierte Emission abgerufen wird, zum anderen die innerhalb des Lasermodus im Kristall reabsorbierte Fluoreszenzleistung  $f_{reabs}^{ASE}$  (ebenfalls bezogen auf die absorbierte Pumpleistung), die somit für den Laserprozess weiter zur Verfügung steht. Wie man in Abb. 8.24b) erkennt, nimmt für Design A und B der Anteil der induziert emittierten Leistung zwar mit der Pumpleistung zu und liegt bei einer Pumpleistung von

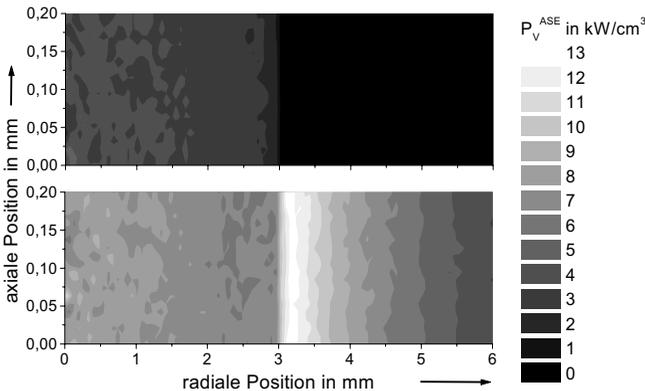


**Abbildung 8.24:** Rechnungen zur Leistungsskalierung ohne bzw. mit Berücksichtigung der ASE bei verschiedenen Beschichtungsdesigns A,B,C: a) Wirkungsgrad und Wärmeeerzeugungsgrad der Fluoreszenz, b) induzierte Emission und laserwirksame Reabsorption der Fluoreszenz, bezogen auf die absorbierte Pumpleistung

2 kW etwa bei  $f_{em}^{ASE} = 1,2 \%$ , gleichzeitig nimmt aber auch der Anteil der reabsorbierten Leistung zu und ist bei  $P_p = 2$  kW um etwa 0,9 % höher, woraus sich der insgesamt höhere Wirkungsgrad erklärt.

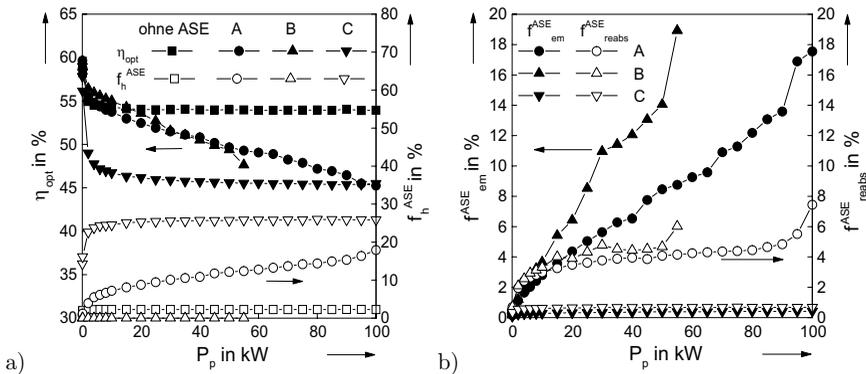
In Abb. 8.25 ist beispielhaft die Verteilung der durch Fluoreszenz induziert emittierten Leistung und der reabsorbierten Leistung für einen gepumpten Durchmesser von 6 mm, d.h. eine Pumpleistung von 1000 W für das Design A dargestellt. Zum Vergleich sei angemerkt, dass die Volumenleistungsdichte der absorbierten Pumpstrahlung  $P_V = 180 \text{ kW/cm}^3$  beträgt. Man erkennt, dass die induziert emittierte Leistung annähernd gleichmäßig über den gepumpten Durchmesser verteilt ist, während die maximale Reabsorption am Rand des gepumpten Bereichs auftritt, wo die Verstärkung bei 1030 nm durch die abnehmende Inversion in eine Absorption übergeht und daher ein Großteil der Fluoreszenz, deren Maximum gerade bei einer Wellenlänge von 1030 nm liegt, eine starke Absorption erfährt. Gleichzeitig ist innerhalb des gepumpten Volumens die Leistungsdichte der absorbierten Fluoreszenz höher als die der induziert emittierten Strahlung, da für Wellenlängen unterhalb etwa 1020 nm die Absorption gegenüber der Verstärkung überwiegt, wie das Verstärkungsspektrum in Abb. 5.3 zeigt, und der mittlere Absorptionskoeffizient für diese Wellenlängen größer ist als der mittlere Verstärkungskoeffizient für Wellenlängen über 1020 nm.

Für das ideal absorbierende Beschichtungsdesign C ist der Wirkungsgrad generell geringer als für die anderen Designs. Die durch induzierte Emission abgerufene Leistung ist zwar geringer, gleichzeitig ist aber der Wärmeerzeugungsgrad durch die in der Kontaktierung absorbierte Fluoreszenz mit  $f_h^{ASE} = 22,6 \%$  bei  $P_p = 2$  kW deutlich höher, was zu einer um etwa 40 K höheren mittleren Kristalltemperatur führt und den Wirkungsgrad um etwa 7 % gegenüber den anderen beiden Designs verringert. In diesem Leistungsbereich ist also eine möglichst hoch reflektierende Beschichtung



**Abbildung 8.25:** a) Durch Fluoreszenz induziert emittierte Leistungsdichte und b) absorbierte Fluoreszenzleistungsdichte für das Bezugsmodell mit Beschichtungsdesign A

vorteilhaft - sofern parasitäre Moden durch einen verminderten Reflexionsgrad des Kristallrandes unterdrückt werden. Dies gilt auch - mit Einschränkungen - für die weitere Skalierung bis zu Pumpleistungen von 100 kW, wie in Abb. 8.26 dargestellt. Für das Beschichtungsdesign A nimmt dabei ab einer Pumpleistung von etwa 15 kW die induzierte Emission stärker zu als die Reabsorption, was gleichzeitig eine höhere Wärmeerzeugung in der Kontaktierung zur Folge hat, und der Wirkungsgrad sinkt kontinuierlich, bis er bei  $P_p = 100$  kW mit  $\eta_{opt} = 45\%$  den gleichen Wert erreicht wie bei der Verwendung von Design C. Hier ist offensichtlich die Grenze der Skalierbarkeit für das Beschichtungsdesign A erreicht, wie die stark zunehmende induzierte Emission (Abb. 8.26b) anzeigt. Bei dieser Pumpleistung beträgt das Produkt aus dem über dem gepumpten Volumen gemittelten Verstärkungskoeffizienten  $g = 0,43 \text{ cm}^{-1}$  bei  $\lambda = 1030 \text{ nm}$  und dem gepumpten Durchmesser  $D_p = 58,9 \text{ mm}$   $g \cdot D_p = 2,53$ . Diese Grenze der maximalen Verstärkung in einer Richtung, bei der die verstärkte spontane Emission einen wesentlichen Teil der gespeicherten Energie abräumt, deckt sich mit dem in der Literatur angegebenen Wert von  $g \cdot l = 2,5$  [6, 118], wobei jedoch auch Werte bis  $g \cdot l = 5$  [114] genannt werden. Für Design C ist diese Grenze bei einer Pumpleistung von 100 kW ebenfalls annähernd erreicht, hier ergibt sich ein Wert von  $g \cdot D_p = 2,4$ . Bei der ideal reflektierenden Beschichtung B ist bereits ab einer Pumpleistung von etwa 35 kW der Wirkungsgrad geringer als bei Design A, die Grenze der Skalierbarkeit ist bereits bei etwa  $P_p = 55$  kW erreicht. In diesem Fall beträgt das Produkt aus Verstärkung und gepumptem Durchmesser  $g \cdot D_p = 2,0$ . Dabei muss berücksichtigt werden, dass durch die ideale Reflexion an Kristallober- und -unterseite auch Strahlung, die unter großen Winkeln durch den gepumpten Bereich läuft, keine Verluste erfährt und somit die mittlere Weglänge der Verstärkung um etwa einen Faktor 1,4 größer ist.



**Abbildung 8.26:** Rechnungen zur Leistungsskalierung ohne bzw. mit Berücksichtigung der ASE bei verschiedenen Beschichtungsdesigns A,B,C: a) Wirkungsgrad und Wärmeerzeugungsgrad der Fluoreszenz, b) induzierte Emission und laserwirksame Reabsorption der Fluoreszenz, bezogen auf die absorbierte Pumpleistung

Insgesamt zeigen die Berechnungen, dass eine Skalierung der Ausgangsleistung bis zu  $P_l = 45$  kW mit einem optisch-optischen Wirkungsgrad von  $\eta_{opt} = 45$  % prinzipiell möglich ist. Bei einem optimierten Beschichtungsdesign mit Reflexionsgraden zwischen den beiden Extremwerten von Design B und C kann erwartet werden, dass im Bereich oberhalb einer Pumpleistung von etwa  $P_p = 10$  kW, in dem bei Design B bereits zunehmende induzierte Emission auftritt, noch höhere Wirkungsgrade als hier berechnet erreicht werden können.

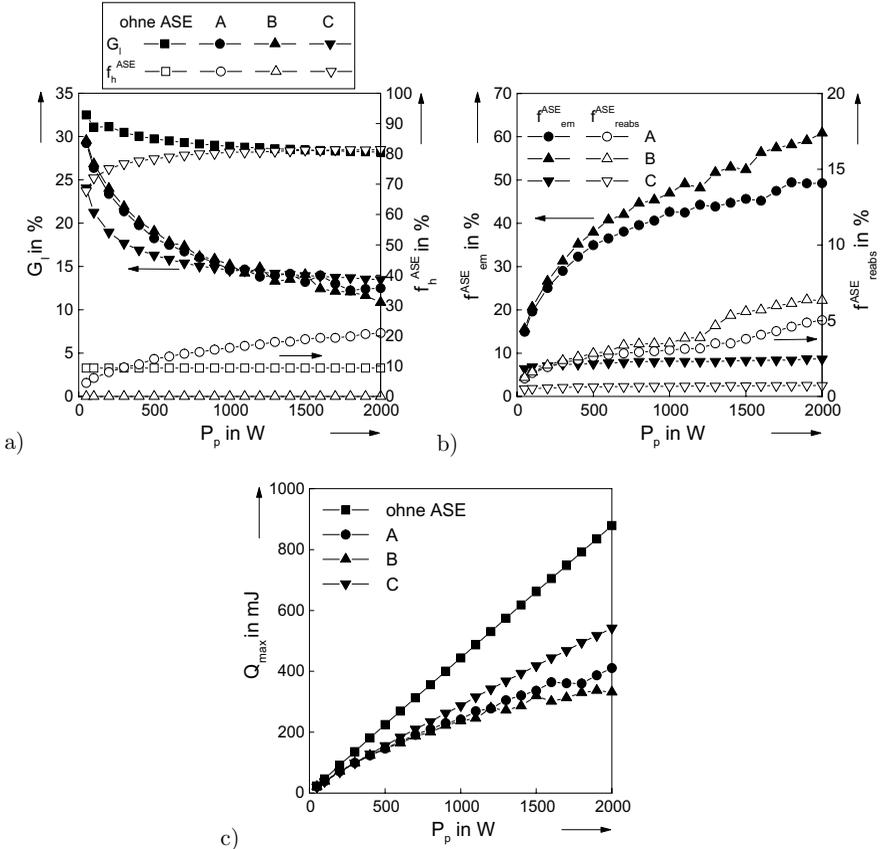
In den hier dargestellten Rechnungen wurden resonatorinterne Verluste von  $L_{int} = 0,1$  % angenommen, woraus sich bei der verwendeten Pumpleistungsdichte von  $E_p = 4,25$  kW/cm<sup>2</sup> bei großen Pumpleistungen ein optimaler Auskoppelgrad von  $T_{oc} = 1,73$  % ergibt. Gemäß der Resonatorbedingung beträgt damit der mittlere Verstärkungskoeffizient bei einer Kristalldicke von  $200$   $\mu\text{m}$   $g = 0,46$  cm<sup>-1</sup> innerhalb des gepumpten Volumens. Die Grenze der Skalierbarkeit ist hier durch das verstärkte Abräumen der gespeicherten Energie durch ASE bei einem festen Produkt aus Verstärkungskoeffizient und gepumptem Durchmesser von etwa  $g \cdot D_p = 2,0 - 2,5$  gegeben. Dies bedeutet, dass der maximale gepumpte Durchmesser linear und damit die maximale Pumpleistung quadratisch abnehmen, wenn der mittlere Verstärkungskoeffizient zunimmt. Dies ist sowohl bei abnehmender Kristalldicke als auch bei zunehmender Summe aus resonatorinternen Verlusten und Auskoppelgrad der Fall. Bei einer Kristalldicke von  $100$   $\mu\text{m}$  liegt die maximale Pumpleistung demnach etwa bei  $25$  kW, bei einer Kristalldicke von  $20$   $\mu\text{m}$  bei  $1$  kW. Diese Grenze kann auch durch höhere Pumpleistungsdichten nicht wesentlich zu höheren Werten verschoben werden, da die Summe aus resonatorinternen Verlusten und optimalem Auskoppelgrad und damit der mittlere Verstärkungskoeffizient in erster Näherung linear mit der Quadratwurzel der Pumpleistungsdichte zunimmt.

Eine weitere Grenze der Skalierbarkeit stellt der maximal herstellbare Durchmesser einer Kristallscheibe dar, der durch die Größe der Kristallboules festgelegt ist. Übliche Durchmesser liegen derzeit im Bereich von etwa  $6$  cm, wobei allerdings mit dem von den Eigenschaften her ähnlichen Kristallmaterial GGG ( $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ ) bereits Kristalle mit einem Durchmesser von  $10$  cm gezogen wurden [119]. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verwendung von YAG-Keramiken, mit denen bereits Durchmesser von bis zu  $40$  cm hergestellt wurden [120], wobei die optische Qualität allerdings bisher noch geringer ist als bei YAG Kristallen.

### 8.5.2.2 Skalierung ohne Resonator

Um Abschätzungen für den Einsatz des Scheibenlasers im gepulsten Betrieb bzw. als Verstärker treffen zu können, sind im Folgenden Ergebnisse zur Skalierung der Pumpleistung ohne Resonator dargestellt. Dabei wurden die gleichen Modellparameter wie im vorigen Abschnitt und die gleichen Beschichtungsdesigns A, B und C verwendet. Abb. 8.27a) zeigt die über den gepumpten Durchmesser gemittelte Verstärkung  $G_l$  im Resonator bei zwei Kristalldurchgängen pro Umlauf, zusammen mit dem Wärmeerzeugungsgrad durch die in der Kontaktierung absorbierte Fluoreszenzleistung bis zu

einer Pumpleistung von 2 kW. Zum Vergleich sind ebenfalls die Ergebnisse des Modells ohne Berücksichtigung der ASE dargestellt. Man erkennt, dass bereits bei der kleinsten gewählten Pumpleistung von  $P_p = 50$  W die Verstärkung unabhängig vom Beschichtungsdesign durch ASE reduziert wird und mit zunehmender Pumpleistung deutlich abnimmt. Bei einer Pumpleistung von 1 kW ist sie auf etwa 50 % des Wertes reduziert, der bei kleinen Pumpleistungen erreicht wird. In Abb. 8.27b) sind die zugehörigen Verhältnisse der durch Fluoreszenz induziert emittierten Leistung und der innerhalb des gepumpten Bereichs reabsorbierten Leistung zur absorbierten Pumpleistung

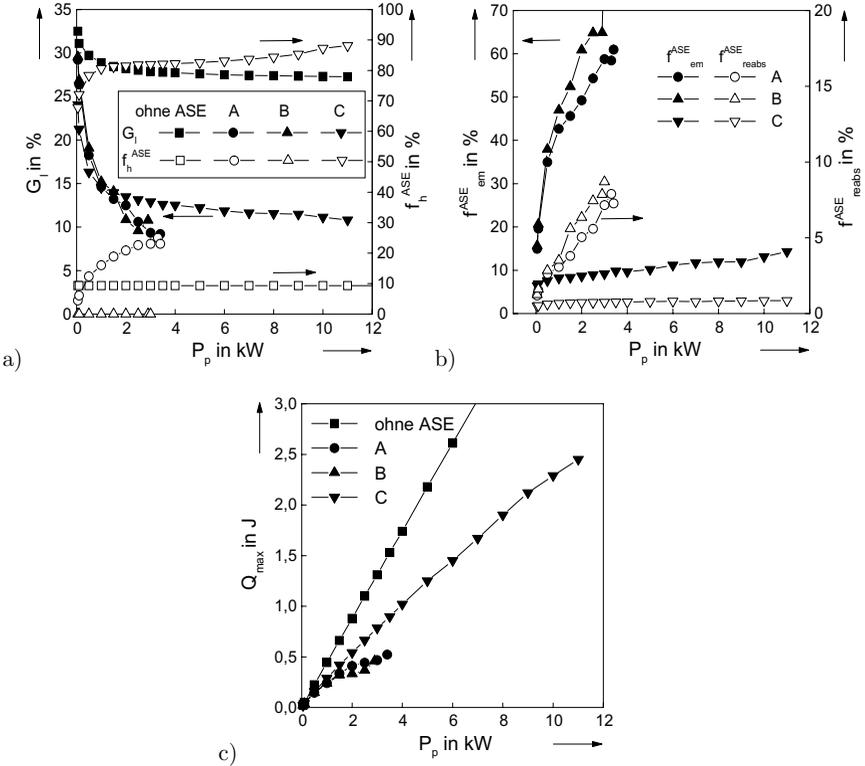


**Abbildung 8.27:** Rechnungen zur Leistungsskalierung ohne Resonator sowie ohne bzw. mit Berücksichtigung der ASE bei verschiedenen Beschichtungsdesigns A,B,C: a) mittlere Verstärkung im Resonator und Wärmeerzeugungsgrad der Fluoreszenz, b) induzierte Emission und laserwirksame Reabsorption der Fluoreszenz, bezogen auf die absorbierte Pumpleistung, c) maximale extrahierbare Energie

tung dargestellt. Während die reabsorbierte Leistung bei Design A und B maximal 5-6 % der absorbierten Pumpleistung beträgt, nimmt der Anteil der induziert emittierten Leistung stark zu und beträgt bei  $P_p = 2$  kW etwa 49 % bei Design A und 61 % bei Design B. Dies bedeutet, dass beispielsweise der Wirkungsgrad eines Scheibenlaser-Verstärkers, der mit niedriger Repetitionsrate  $f_r$  betrieben wird, d.h. mit  $f_r < 1/\tau_f$ , bei der Leistungsskalierung entsprechend sinkt. Bei Verwendung des ideal absorbierenden Designs C ist der Anteil der durch induzierte Emission abgerufenen Leistung deutlich geringer und beträgt bei  $P_p = 2$  kW maximal 8,7 %. Gleichzeitig ist jedoch der Wärmeerzeugungsgrad durch die effiziente Absorption der Fluoreszenz mit  $f_h^{ASE} = 81$  % wesentlich höher, was gegenüber Design A zu einer um 100 K höheren mittleren Kristalltemperatur und damit zu einer geringeren Absorption der Pumpstrahlung und einer verringerten Verstärkung führt. In Abb.8.27c) sind die zugehörigen Werte der in der Scheibe gespeicherten und maximal extrahierbaren Anregungsenergie dargestellt. Entsprechend der Abnahme der Verstärkung ist auch die gespeicherte Anregungsenergie durch verstärkte spontane Emission reduziert. Bei einer Pumpleistung von 2 kW kann so bei Verwendung des Beschichtungsdesigns C eine maximale Pulsenergie von 540 mJ extrahiert werden, bei Design A und B lediglich 410 bzw. 330 mJ. Bis zu einer Pumpleistung von etwa 1000 W sind Design A und B in Bezug auf die erreichbare Verstärkung dem Design C überlegen, für höhere Pumpleistungen ist die Verstärkung geringer. Auch hier kann erwartet werden, dass durch eine optimierte Beschichtung, deren Reflexionsgrad zwischen dem der Designs B und C liegt, eine höhere Verstärkung bzw. eine höhere extrahierbare Pulsenergie erzielt werden kann.

In Abb. 8.28 sind weitere Ergebnisse für die Skalierung bis zu einer Pumpleistung von 11 kW dargestellt. Bei dieser Pumpleistung ist die Grenze der Skalierbarkeit bei Design C durch zunehmende ASE in radialer Richtung erreicht. Es ergibt sich eine maximale extrahierbare Pulsenergie von 2,5 J. Für Design A und B liegt die Grenze der Skalierbarkeit bereits bei  $P_p = 3,4$  kW bzw.  $P_p = 3,0$  kW. Die zugehörige maximale extrahierbare Pulsenergie liegt im Bereich von 500 mJ. Die Schwankungen der berechneten Werte in der Nähe dieser Grenze spiegeln dabei die eingeschränkte Konvergenz der numerischen Rechnungen wieder, die durch die starke gegenseitige Abhängigkeit zwischen Inversion, Absorption der Pumpstrahlung und verstärkter spontaner Emission verursacht wird. Das Produkt aus Verstärkungskoeffizient und gepumptem Durchmesser lässt sich hier nicht mehr sinnvoll als Kriterium für zunehmende ASE verwenden, da der Verstärkungskoeffizient teilweise um mehr als einen Faktor 2 über den Durchmesser variiert, die berechneten Werte liegen zwischen  $g \cdot D_p = 1,8$  und  $g \cdot D_p = 5,7$ .

Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass die erreichbare maximale Verstärkung bei der Skalierung zu hohen Leistungen unabhängig vom hier betrachteten Beschichtungsdesign stark durch verstärkte spontane Emission limitiert wird. Gegebenenfalls kann eine höhere Verstärkung durch eine entsprechend optimierte Beschichtung erreicht werden. Die maximale Pumpleistung ist jedoch in jedem Fall durch zunehmende induzierte Emission in radialer Richtung auf etwa 11 kW begrenzt, die zugehörige maximale extrahierbare Pulsenergie beträgt 2,5 J. Dabei skaliert die maximale Pumpleistung und damit die maximal extrahierbare Energie, wie bei der Berechnung für die Leistungs-



**Abbildung 8.28:** Rechnungen zur Leistungsskalierung ohne Resonator sowie ohne bzw. mit Berücksichtigung der ASE bei verschiedenen Beschichtungsdesigns A,B,C: a) mittlere Verstärkung im Resonator und Wärmeerzeugungsgrad der Fluoreszenz, b) induzierte Emission und laserwirksame Reabsorption der Fluoreszenz, bezogen auf die absorbierte Pumpleistung, c) maximale extrahierbare Energie

skalierung im Laserbetrieb, mit dem Quadrat der Kristalldicke, sofern man einen konstanten Absorptionsgrad der Pumpleistung und eine konstante Pumpleistungsdichte voraussetzt. Bei einer Kristalldicke von  $100\ \mu\text{m}$  beträgt also die maximale Pumpleistung  $2,8\ \text{kW}$ , bei einer Kristalldicke von  $20\ \mu\text{m}$   $110\ \text{W}$ , die zugehörige maximale Pulsenergie beträgt  $630\ \text{mJ}$  bzw.  $25\ \text{mJ}$ .

## 9 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ausgehend von den grundlegenden Gleichungen, die für einfache Modelle laseraktiver Materialien den Prozess der Umwandlung von Anregungsenergie in einem Festkörperlaser beschreiben, zunächst ein einfaches analytisches Modell des Scheibenlasers entwickelt. Dieses geht von einem homogenen Zustand aller Größen innerhalb des laseraktiven Mediums aus und stellt damit eine starke Vereinfachung des realen Systems dar. Anhand dieses Modells lassen sich jedoch bereits Näherungsgleichungen zur Bestimmung optimaler Auslegungsparameter eines Scheibenlasers entwickeln, die für erste Abschätzungen verwendet werden können und außerdem zu einem Verständnis der grundlegenden Eigenschaften eines Scheibenlasers beitragen. Eine wichtige Folgerung aus diesen Gleichungen für Quasi-Drei-Niveau-Materialien ist, dass der Quotient aus der effektiven Transparenzpumpleistungsdichte des laseraktiven Materials, d.h. der zum Erreichen der Transparenz bei der Laserwellenlänge notwendigen stehenden Pumpleistungsdichte im Medium, und dem Produkt aus der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge und der einfallenden Pumpleistungsdichte eine wichtige Kenngröße für den maximalen Wirkungsgrad eines Scheibenlasers ist. Dies bedeutet, dass neben einer effektiven Kühlung und einer hohen Pumpleistungsdichte, die meist durch die Strahldichte der Pumpstrahlungsquelle begrenzt ist, eine Erhöhung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge beim Scheibenlaserkonzept ein wirksames Mittel zur Erhöhung des Wirkungsgrades darstellt.

Weitergehende Aussagen, die beispielsweise die Leistungsskalierbarkeit des Scheibenlasers betreffen, oder die genaue Bestimmung der optimalen Auslegungsparameter unter verschiedenen Randbedingungen, sind nur mit Hilfe numerischer Berechnungen möglich. Zu diesem Zweck wurde ein umfassendes numerisches Modell entwickelt, das neben der Berechnung der Verteilung der absorbierten Pumpleistung in der Kristallscheibe, der sich daraus ergebenden Temperaturverteilung und der Ausgangsleistung des Lasers auch die Berechnung der verstärkten spontanen Emission ermöglicht. Ein Finite-Elemente-Modell wird verwendet, um thermische Spannungen und Deformationen zu berechnen, aus denen sich die thermische Linse mit zugehörigen Beugungs- und Depolarisationsverlusten ergibt.

Für den Einsatz im Scheibenlaser-Design erweist sich das laseraktive Material Yb:YAG als sehr geeignet. Dieses besitzt prinzipiell einen hohen Wirkungsgrad, benötigt jedoch gleichzeitig eine hohe Pumpleistungsdichte und eine effiziente Kühlung, was beides durch die Scheibengeometrie in Verbindung mit mehreren Pumpstrahlungsdurchgängen realisiert wird. Da die Aussagekraft der rechnerischen Ergebnisse unter anderem von der Genauigkeit abhängt, mit der die Eigenschaften des laseraktiven Mediums bekannt sind, wurden wichtige Parameter aus zahlreichen Veröffentlichungen

chungen zusammengetragen. Zusätzlich werden in dieser Arbeit temperaturabhängige Absorptions- und Emissionswirkungsquerschnitte sowie die ermittelte Temperatur- und Dotierungsabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von Yb:YAG verwendet.

Mit diesen Daten wurde zunächst überprüft, inwiefern im Scheibenlaserbetrieb experimentell ermittelte Daten sowohl durch das analytische als auch das numerische Modell reproduziert werden können. Dabei wurde unabhängig von der verwendeten Pumpleistung eine sehr gute Übereinstimmung zwischen gemessener und mit dem numerischen Modell berechneter Ausgangsleistung festgestellt. Die Ergebnisse des analytischen Modells weichen hingegen von den experimentellen Daten ab, insbesondere für Scheibenlaser geringer Ausgangsleistung. Dies ist vor allem eine Folge der Vernachlässigung radialer Wärmeflüsse, die im realen Lasersystem zu einer erniedrigten Kristalltemperatur führen. Weitere Vergleiche zwischen numerischem Modell und experimentellen Daten hinsichtlich der verstärkten spontanen Emission und der thermischen Linse zeigen eine ebenfalls gute Übereinstimmung, so dass mit Hilfe des numerischen Modells aussagekräftige Ergebnisse hinsichtlich optimaler Auslegungsparameter und der Skalierbarkeit des Scheibenlasers erwartet werden können.

Als Ausgangspunkt für die Berechnung optimaler Auslegungsparameter wird ein Satz von Bezugsparametern verwendet, die etwa mit denen eines bereits am Institut für Strahlwerkzeuge realisierten Systems übereinstimmen. Es ergibt sich zunächst eine deutliche Zunahme des Wirkungsgrades bei Erhöhung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge, in Übereinstimmung mit den bereits erwähnten Näherungsgleichungen aus dem analytischen Modell. Abweichend von diesen Näherungsgleichungen ergibt sich jedoch als wichtiger Auslegungsparameter eine deutlich geringere optimale Kristalldicke, was wiederum auf unterschiedliche Kristalltemperaturen in den beiden Modellen zurückgeführt werden kann. Es zeigt sich, dass die Steigerung des Wirkungsgrades durch eine Erhöhung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge umso größer ausfällt, je höher die Kühltemperatur ist. Dies bedeutet insbesondere eine deutliche Zunahme des Wirkungsgrades bei Raumtemperatur, was bereits experimentell durch eine Erhöhung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge von 8 auf 16 Durchgänge bestätigt werden konnte. Gleichzeitig nimmt die Temperaturabhängigkeit des Wirkungsgrades mit steigender Anzahl an Pumpstrahlungsdurchgängen ab. In den Optimierungsrechnungen zeigt sich weiterhin, dass eine optimale Pumpleistungsdichte existiert, die für 16 Pumpstrahlungsdurchgänge bei  $E_p = 6 \text{ kW/cm}^2$  liegt. Bei höheren Pumpleistungsdichten nimmt der Wirkungsgrad aufgrund der steigenden Kristalltemperatur wieder ab. Rechnungen zum Einfluss resonatorinterner Verluste auf die optimalen Auslegungsparameter zeigen, dass bereits geringe Verluste den erreichbaren Wirkungsgrad deutlich reduzieren, was eine Folge der geringen Ausdehnung der Kristallscheibe entlang der Resonatorachse und damit der geringen Verstärkung pro Resonatorumlauf ist. Ein weiteres wichtiges Ergebnis ist der Einfluss der Pumpleistungsverteilung auf die optimalen Parameter. Dabei zeigt sich, dass ein „top-hat“-förmiges Pumpprofil sowohl im transversalen Multimode-Betrieb als auch im Grundmode-Betrieb den höchsten möglichen Wirkungsgrad ergibt. Bei der Berechnung des Einflusses des Pumpstrahlungsspektrums auf den erreichbaren Wirkungsgrad zeigt sich, dass durch die relativ große spektrale Breite des Absorptionsmaximums im Wellenlängen-

bereich um 940 nm die Verwendung von Hochleistungslaserdioden mit einer typischen spektralen Breite von 3-4 nm als Pumpstrahlungsquelle nur zu einer geringfügigen Reduktion des Wirkungsgrades gegenüber einer idealen Anregung im Maximum der Absorption führt. Bei einer Anregung auf der „Zero-Phonon-Line“ ist die Abnahme des Wirkungsgrades bei Verwendung spektral breiter Pumpstrahlungsquellen dagegen wesentlich stärker, so dass bisher die Vorteile einer Anregung bei einer Wellenlänge von 940 nm überwiegen. Rechnungen zu den optimalen Auslegungsparametern bei Variation der Ytterbium-Dotierung zeigen, dass die optimale Kristalldicke und damit die mittlere Kristalltemperatur mit steigender Dotierung abnehmen, was einen höheren Wirkungsgrad zur Folge hat. Die Zunahme im Wirkungsgrad ist jedoch deutlich geringer als bei einer Steigerung der Anzahl der Pumpstrahlungsdurchgänge, wodurch ebenfalls die optimale Kristalldicke abnimmt.

Neben der Berechnung optimaler Auslegungsparameter war die Untersuchung der Leistungsskalierung des Yb:YAG-Scheibenlasers über den gepumpten Durchmesser ein wichtiges Ziel dieser Arbeit. Dazu wurde zunächst die Entwicklung des Wirkungsgrades ohne Berücksichtigung verstärkter spontaner Emission untersucht. Dabei zeigt sich, dass durch die Verringerung radialer Wärmeflüsse und damit eine Erhöhung der mittleren Kristalltemperatur der Wirkungsgrad im numerischen Modell mit zunehmender Pumpleistung abnimmt und sich einem Grenzwert nähert, der etwa mit dem anhand des analytischen Modells berechneten Wirkungsgrad übereinstimmt. Aus Finite-Elemente-Rechnungen ergibt sich, dass die maximalen Zugspannungen im Kristall bei einer üblichen Kontaktierung mittels einer Indiumschiicht auf Kupfer mit dem gepumpten Durchmesser zunehmen. Zusammen mit den auftretenden Spannungen in der Kontaktierung ergibt sich daraus eine Begrenzung der maximalen Pumpleistungsdichte. Gleichzeitig besteht ein in erster Näherung linearer Zusammenhang zwischen der Kristalldicke und den maximalen Spannungen, so dass diese durch die Verwendung dünner Kristalle deutlich reduziert werden können. Es konnte gezeigt werden, dass die maximalen Zugspannungen im Kristall in erster Näherung vom Verhältnis des gepumpten Durchmessers zum Kristalldurchmesser abhängen und daher keine Begrenzung für die Leistungsskalierung darstellen. Eine Möglichkeit zur zusätzlichen Verringerung der maximalen Zugspannungen im Kristall besteht in der inelastischen Kontaktierung auf einer fixen Unterlage ohne thermische Ausdehnung, so wie sie Diamant in erster Näherung darstellt. Auch hier stellen Spannungen keine Begrenzung für die Skalierbarkeit dar.

Aus der Berechnung der thermischen Linse und den sich daraus ergebenden Beugungsverlusten für den Grundmode geht hervor, dass für die betrachtete Art der Kontaktierung mit Indium eine optimale Kristalldicke existiert, mit der im Grundmode-Betrieb bis über 300 Watt Ausgangsleistung optisch-optische Wirkungsgrade bis zu 40 % erwartet werden können. Durch eine inelastische Kontaktierung, mit der die Unterseite des Kristalls fixiert wird, können die Beugungsverluste darüber hinaus deutlich reduziert werden und nehmen zusätzlich bei verringerter Kristalldicke stark ab. Auf diese Weise sind Grundmodeleistungen von mehr als 7,5 kW bei optisch-optischen Wirkungsgraden von über 30 % zu erwarten. Berechnungen der Depolarisationsverluste zeigen, dass diese für die Geometrie des Scheibenlasers prinzipiell sehr gering sind.

Darüber hinaus nehmen sie stark mit der Kristalldicke ab und können durch eine fixierende Kontaktierung zusätzlich um mehr als eine Größenordnung reduziert werden. Im linear polarisierten Betrieb ist daher bei idealer Politur, Beschichtung und Kristallkontaktierung mit einer vernachlässigbaren Abnahme des Wirkungsgrades gegenüber dem unpolarisierten Betrieb zu rechnen.

Weitere Betrachtungen zur Skalierbarkeit des Yb:YAG-Scheibenlasers zeigen, dass parasitäre Moden, die sich innerhalb des Laserkristalls ausbilden, eine Begrenzung sowohl für die maximale Ausgangsleistung als auch die maximal erreichbare Verstärkung innerhalb des Laserresonators darstellen können. Es wurden Möglichkeiten der Unterdrückung dieser parasitären Moden diskutiert, wozu neben der Reduktion des Reflexionsgrades sowohl der Kristallbeschichtung als auch der Mantelfläche des Kristalls das Abschrägen der Mantelfläche gehört. Werden auf diese Weise parasitäre Moden unterdrückt, so stellt die verstärkte spontane Emission die wesentliche Ursache für eine Begrenzung der Skalierbarkeit dar. Je nach Design der hochreflektierenden Beschichtung nimmt der Wirkungsgrad mit zunehmendem gepumptem Durchmesser durch induzierte Emission mehr oder weniger stark ab, die maximale Ausgangsleistung ist jedoch für eine typische Kristalldicke von  $200\ \mu\text{m}$  in jedem Fall auf Werte im Bereich um  $45\ \text{kW}$  begrenzt, wobei die maximale Leistung bei konstanter Pumpleistungsdichte mit dem Quadrat der Kristalldicke skaliert. Die erreichbare Kleinsignalverstärkung wird ebenfalls durch verstärkte spontane Emission begrenzt und nimmt ebenso wie die im Kristall gespeicherte extrahierbare Energie mit zunehmendem gepumptem Durchmesser stark ab. Die maximal extrahierbare Energie ist dadurch bei einer Kristalldicke von  $200\ \mu\text{m}$  auf Werte von  $2,5\ \text{J}$  begrenzt und skaliert ebenso wie die maximale Ausgangsleistung bei konstanter absorbiertes Pumpleistungsdichte mit dem Quadrat der Kristalldicke.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten numerischen Modell des Scheibenlasers recht genaue Berechnungen sowohl zum Dauerstrich-Betrieb als auch zum Betrieb ohne Resonator für das laseraktive Material Yb:YAG möglich sind. Auf dieser Grundlage konnte aufgezeigt werden, inwieweit sich die Auslegungsparameter des Scheibenlasers unter verschiedenen Randbedingungen optimieren lassen, welchen Einfluss die Skalierung der Ausgangsleistung auf den Laserbetrieb hat und wo die Grenzen der Skalierbarkeit liegen. Offene Punkte für die zukünftige Modellierung des Scheibenlasers sind beispielsweise die Untersuchung weiterer laseraktiver Materialien, wie bereits für einige weitere Ytterbium-dotierte Materialien durchgeführt [121, 122], sowie die Untersuchung des Scheibenlasers im gepulsten Betrieb, die hier nur ansatzweise erfolgte.

# Literaturverzeichnis

- [1] HÜGEL, H.: *Strahlwerkzeug Laser*. Stuttgart: Teubner, 1992.
- [2] REINBERG, A.R.; RISEBERG, L.A.; BROWN, R.M.; WACKER, R.W.; HOLTON, W.C.: *GaAs:Si LED pumped Yb-doped YAG laser*. Applied Physics Letters **19** (1971) Nr. 1, S. 11.
- [3] UEDA, K.-I.; UEHARA, N.: *Laser diode pumped solid state lasers for gravitational wave antenna*. Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering **1837** (1993) S. 336.
- [4] HONEA, E.C.; BEACH, R.J.; MITCHELL, S.C.; AVIZONIS, P.V.: *183-W,  $M^2=2.4$  Yb:YAG Q-switched laser*. Optics Letters **24** (1999) Nr. 3, S. 154.
- [5] HONEA, E.C.; BEACH, R.J.; MITCHELL, S.C.; SKIDMORE, J.A.; EMANUEL, M.A.; SUTTON, S.B.; PAYNE, S.A.; AVIZONIS, P.V.; MONROE, R.S.; HARRIS, D.G.: *High-power dual-rod Yb:YAG laser*. Optics Letters **25** (2000) Nr. 11, S. 805.
- [6] RUTHERFORD, T.S.; TULLOCH, W.M.; GUSTAFSON, E.K.; BYER, R.L.: *Edge-pumped quasi-three-level slab lasers: Design and power scaling*. IEEE Journal of Quantum Electronics **36** (2000) Nr. 2, S. 205.
- [7] GRIEBNER, U.; GRUNWALD, R.; SCHONNAGEL, H.: *Thermally bonded Yb:YAG planar waveguide laser*. Optics Communications **164** (1999) Nr. 4-6, S. 185.
- [8] BONNER, C.L.; BHUTTA, T.; SHEPHERD, D.P.; TROPPER, A.C.: *Double-clad structures and proximity coupling for diode-bar-pumped planar waveguide lasers*. IEEE Journal of Quantum Electronics **36** (2000) Nr. 2, S. 236.
- [9] GIESEN, A.; HÜGEL, H.; VOSS, A.; WITTIG, K.; BRAUCH, U.; OPOWER, H.: *Scalable concept for diode-pumped high-power solid-state lasers*. Appl. Phys. B **58** (1994) S. 365.
- [10] BRAUCH, U.; GIESEN, A.; VOSS, A.; WITTIG, K.: *Laserverstärkersystem*. Europäische Patentanmeldung 0632551A1, 1994.
- [11] BRAUCH, U.; GIESEN, A.; VOSS, A.; WITTIG, K.: *Laser Amplifying System*. United States Patent 5553088, 1993.
- [12] STEWEN, C.; LARIONOV, M.; GIESEN, A.; CONTAG, K.: *Yb:YAG Thin Disk Laser With 1 kW Output Power*. In: INJEYAN, H.; KELLER, U.; MARSHALL, C. (Hrsg.): *Advanced Solid State Lasers 2000*. Washington, DC: Optical Society of America, 2000, S. 35 (OSA Trends in Optics and Photonics, Bd. 34).
- [13] STEWEN, C.; CONTAG, K.; LARIONOV, M.; GIESEN, A.; HÜGEL, H.: *A 1-kW CW Thin Disk Laser*. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **6** (2000) Nr. 4, S. 650.
- [14] *Der Charme der Scheibe: Effizienz bei bestem Strahl*. EuroLaser **2** (1999) S. 10.
- [15] HOLLEMANN, G.; KOCH, R.; VOELCKEL, H.; WENDLER, S.; SÜSS, K.: *Verfahren zum Montieren einer einseitig mit einer HR-Schicht beschichteten Laser-*

- kristallscheibe auf einen Kühlkörper und verfahrensgemäss hergestellte Schichtanordnung.* Europäische Patentanmeldung 0911920A2, 1998.
- [16] LIAO, Y.; MILLER, R.J.D.; ARMSTRONG, M.R.: *Pressure tuning of thermal lensing for high-power scaling.* Optics Letters **24** (1999) Nr. 19, S. 1343.
- [17] ERHARD, S.; GIESEN, A.; KARSZEWSKI, M.; RUPP, T.; STEWEN, C.; JOHANNSEN, I.; CONTAG, K.: *Novel Pump Design of Yb:YAG Thin Disc Laser for Operation at Room Temperature with Improved Efficiency.* In: FEJER, M.M.; INJEYAN, H.; KELLER, U. (Hrsg.): *Advanced Solid State Lasers*, Boston, 1999. Washington, DC: Optical Society of America, 1999, S. 38 (OSA Trends in Optics and Photonics Series, Bd. 26).
- [18] ERHARD, S.: *Pumpoptiken und Resonatoren für den Scheibenlaser.* München: Herbert Utz Verlag, 2002. Universität Stuttgart, Institut für Strahlwerkzeuge, Dissertation im Druck (Laser in der Materialbearbeitung, Forschungsberichte des IFSW).
- [19] FAN, T.Y.: *Quasi-Three-Level Lasers.* In: INGUSCIO, M.; WALLENSTEIN, R. (Hrsg.): *Solid State Lasers: New Developments and Applications.* New York: Plenum Press, 1993, S. 189.
- [20] HALL, D.W.; WEBER, M.J.: *Fluorescence line narrowing in neodymium laser glasses.* Journal of Applied Physics **55** (1984) Nr. 7, S. 2642.
- [21] EINSTEIN, A.: *Zur Quantentheorie der Strahlung.* Physikalische Zeitschrift **18** (1917) S. 121.
- [22] MCCUMBER, D.E.: *Theory of Phonon-Terminated Optical Masers.* Phys. Rev. **134** (1964) Nr. 2A, S. A299-306.
- [23] VOSS, A.: *Der Scheibenlaser: Theoretische Grundlagen des Dauerstrichbetriebs und erste experimentelle Ergebnisse anhand von Yb:YAG.* München: Herbert Utz Verlag, 2002. Universität Stuttgart, Institut für Strahlwerkzeuge, Dissertation im Druck (Laser in der Materialbearbeitung, Forschungsberichte des IFSW).
- [24] BEACH, R.J.: *CW theory of quasi-three level end-pumped laser oscillators.* Optics Communications **123** (1996) Nr. 1-3, S. 385.
- [25] PETERSON, P.; SHARMA, M.P.; GAVRIELIDES, A.: *Modeling of Yb:YAG tuning curves.* Optics Communications **134** (1997) Nr. 1-6, S. 155.
- [26] MOULTON, P.F.: *An investigation of the Co:MgF<sub>2</sub> laser system.* IEEE Journal of Quantum Electronics **QE-21** (1985) Nr. 10, S. 1582.
- [27] FAN, T.Y.; BYER, R.L.: *Modeling and CW operation of a quasi-three-level 946 nm Nd:YAG laser.* IEEE Journal of Quantum Electronics **QE-23** (1987) Nr. 5, S. 605.
- [28] RISK, W.P.: *Modeling of longitudinally pumped solid-state lasers exhibiting reabsorption losses.* Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics **5** (1988) Nr. 7, S. 1412.
- [29] TAIRA, T.; TULLOCH, W.M.; BYER, R.L.: *Modeling of quasi-three-level lasers and operation of cw Yb:YAG lasers.* Applied Optics **36** (1997) Nr. 9, S. 1867.
- [30] BASIEV, T.T.; VORONKO, Y.K.; MAMEDOV, T.G.; SHCHERBAKOV, I.A.: *Migration of energy between Yb<sup>3+</sup> ions in garnet crystals.* Soviet Journal of Quantum Electronics **5** (1975) Nr. 10, S. 1182.
- [31] KARSZEWSKI, M.: *Scheibenlaser höchster Strahlqualität.* München: Herbert Utz Verlag, 2000. Universität Stuttgart, Institut für Strahlwerkzeuge, Dissertation

- (Laser in der Materialbearbeitung, Forschungsberichte des IFSW).
- [32] KOECHNER, W.: *Solid-State Laser Engineering*. Berlin: Springer-Verlag, 1999, 5. Aufl. (Springer series in optical sciences, Bd. 1).
  - [33] SIEGMAN, A.E.: *Lasers*. Mill Valey, CA, USA: University Science Books, 1986.
  - [34] PRESS, W.H.; TEUKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W.T.; FLANNERY, B.P.: *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing*. NY, USA: Cambridge University Press, 1992, 2. Aufl.
  - [35] Daten freundlicherweise zur Verfügung gestellt von Andreas Voß
  - [36] SCHMID, M.; GRAF, T.; WEBER, H.P.: *Analytical model of the temperature distribution and the thermally induced birefringence in laser rods with cylindrically symmetric heating*. Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics **17** (2000) Nr. 8, S. 1398.
  - [37] VAN KAN, J.J.I.M.; SEGAL, A.: *Numerik partieller Differentialgleichungen für Ingenieure*. Stuttgart: B. G. Teubner, 1995.
  - [38] KÖNIG, D.: *Experimentelle Untersuchung von ausgewählten Kühlsystemen für den Scheibenlaser*. Universität Stuttgart, Institut für Strahlwerkzeuge, Studienarbeit, 1999 (IFSW 99-26).
  - [39] FRAUCHIGER, J.; ALBERS, P.; WEBER, H.P.: *Modeling of thermal lensing and higher order ring mode oscillation in end-pumped C-W Nd:YAG lasers*. IEEE Journal of Quantum Electronics **28** (1992) Nr. 4, S. 1046.
  - [40] COUSINS, A.K.: *Temperature and thermal stress scaling in finite-length end-pumped laser rods*. IEEE Journal of Quantum Electronics **28** (1992) Nr. 4, S. 1057.
  - [41] FARRUKH, U.O.; BROCKMAN, P.: *Temperature distribution in side- and end-pumped laser crystal rods: temporal and spatial variations*. Applied Optics **32** (1993) Nr. 12, S. 2075.
  - [42] *ABAQUS, Version 5.8*. 1080 Main Street, Pawtucket, RI, USA: Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.
  - [43] *MSC/PATRAN, Version 8.5*. MacNeal-Schwendler Corporation, 1999.
  - [44] TIMOSHENKO, S.P.; GOODIER, J.N.: *Theory of Elasticity*. Auckland: McGraw-Hill, 1985, 3. Aufl.
  - [45] BROWN, D.C.: *Ultrahigh-average-power diode-pumped Nd:YAG and Yb:YAG lasers*. IEEE Journal of Quantum Electronics **33** (1997) Nr. 5, S. 861.
  - [46] KLOCEK, P. (Hrsg.): *Handbook of Infrared Optical Materials*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1991, 1. Aufl. (Optical Engineering, Bd. 30).
  - [47] GERHARTZ, W.; ELVERS, B. (Hrsg.): *Ullmann's encyclopedia of industrial chemistry*. Weinheim: VCH Verl.-Ges., 1996, 5. Aufl.
  - [48] KIRK, R.E.; OTHMER, D.F.; GRAYSON, M. (Hrsg.): *Encyclopedia of chemical technology / Kirk-Othmer*. New York: Wiley, 1998, 4. Aufl.
  - [49] WIELAND-WERKE: *Wieland-Buch Kupferwerkstoffe : Herstellung, Verarbeitung und Eigenschaften*. Ulm: Wieland-Werke, 1986, 5. Aufl.
  - [50] BEITZ, W.; KÜTTNER, K.-H. (Hrsg.): *Taschenbuch für den Maschinenbau / Dubbel*. Berlin: Springer, 1987, 16. Aufl.
  - [51] DECKER, D.L.; KOSHIGOE, L.G.; ASHLEY, E.J.: Washington, DC, USA: Government Printing Office, 1986, S. 291-297 (NBS Special Publication 727, Laser Induced Damage in Optical Materials: 1984).

- [52] LAMBROPOULOS, J.C.; JOLLY, M.R.; AMSDEN, C.A.; GILMAN, S.E.; SINICROPI, M.J.; DIAKOMIHALIS, D.; JACOBS, S.D.: *Thermal conductivity of dielectric thin films*. Journal of Applied Physics **66** (1989) Nr. 9, S. 4230.
- [53] GRILLI, M.L.; AUMANN, T.; RISTAU, D.; DIECKMANN, M.; VON, A.F.; MASETTEI, E.: *Thermal conductivity of E-beam and IBS coatings*. In: Specification, Production, and Testing of Optical Components and Systems, Glasgow 13-16 May 1996. Glasgow, UK, USA: SPIE-Int. Soc. Opt. Eng., 1996, S. 409 (Proceedings of the SPIE, Bd. 2775).
- [54] WU, Z.L.; REICHLING, M.; HY, X.Q.; BALASUBRAMANIAN, K.; GUENTHER, K.H.: *Absorption and thermal conductivity of oxide thin films measured by photothermal displacement and reflectance methods*. Applied Optics **32** (1993) Nr. 28, S. 5660.
- [55] REED, R.P.; MCCOWAN, C.N.; WALSH, R.P.; DELGADO, L.A.; MCCOLSKEY, J.D.: *Tensile strength and ductility of indium*. Materials Science & Engineering A **102** (1988) Nr. 2, S. 227.
- [56] PLÖTNER, M.; DONAT, B.; BENKE, A.: *Deformation properties of indium-based solders at 294 and 77 K*. Cryogenics **31** (1991) Nr. 3, S. 159.
- [57] PFISTNER, C.; WEBER, R.; WEBER, H.P.; MERAZZI, S.; GRUBER, R.: *Thermal beam distortions in end-pumped Nd:YAG, Nd:GSGG, and Nd:YLF rods*. IEEE Journal of Quantum Electronics **30** (1994) Nr. 7, S. 1605.
- [58] BORN, M.; WOLF, E.: *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. NY, USA: Pergamon Press Inc., 1993, 6. Aufl., S. 464 (Kap. 9.1).
- [59] SCHULZ, P.A.; HENION, S.R.: *Liquid-nitrogen-cooled Ti:Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> laser*. IEEE Journal of Quantum Electronics **27** (1991) Nr. 4, S. 1039.
- [60] CHEN, Y.F.; WANG, S.C.; HUANG, T.M.; KAO, C.F.; WANG, C.L.: *Analytical model for output optimization of fiber-coupled laser-diode end-pumped lasers*. In: Modeling and Simulation of Higher-Power Laser Systems IV, 12-13 Feb. 1997. San Jose, CA, USA: SPIE - Int. Soc. Opt. Eng., 1997, S. 35 (Proceedings of the SPIE, Bd. 2989).
- [61] YIN, H.; DENG, P.; GAN, F.: *Defects in YAG:Yb crystals*. Journal of Applied Physics **83** (1998) Nr. 7, S. 3825.
- [62] YANG, P.Z.; DENG, P.Z.; XU, J.; YIN, Z.W.: *Growth of high-quality single crystal of 30 at% Yb:YAG and its laser performance*. Journal of Crystal Growth **216** (2000) Nr. 1-4, S. 348.
- [63] PATEL, F.D.; HONEA, E.C.; SPETH, I.; PAYNE, S.A.; HUTCHESON, R.; EQUALL, R.: *Radiative lifetimes and fractional thermal loading of Yb<sub>3</sub>Al<sub>5</sub>O<sub>12</sub> (YbAG) and highly-doped Yb:Y<sub>3</sub>Al<sub>5</sub>O<sub>12</sub> (Yb:YAG)*. In: Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO 2000), 7-12 May 2000. Salem, MA, USA: Opt. Soc. America, 2000, S. 226 (CLEO Technical Digest, Bd. 39).
- [64] PATEL, F.D.; HONEA, E.C.; SPETH, J.; PAYNE, S.A.; HUTCHESON, R.; EQUALL, R.: *Laser demonstration of Yb<sub>3</sub>Al<sub>5</sub>O<sub>12</sub> (YbAG) and materials properties of highly doped Yb:YAG*. IEEE Journal of Quantum Electronics **37** (2001) Nr. 1, S. 135.
- [65] BRUESSELBACH, H.W.; SUMIDA, D.S.; REEDER, R.A.; BYREN, R.W.: *Low-heat high-power scaling using InGaAs-diode-pumped Yb:YAG lasers*. IEEE Jour-

- nal of Selected Topics in Quantum Electronics **3** (1997) Nr. 1, S. 105.
- [66] GIESEN, A.; BRAUCH, U.; JOHANNSEN, I.; KARSZEWSKI, M.; SCHIEGG, U.; STEWEN, C.; VOSS, A.: *Advanced Tunability and High-Power TEM<sub>00</sub>-Operation of the Yb:YAG Thin Disc Laser*. In: POLLOCK, C.R.; BOSENBERG, W.R. (Hrsg.): *Advanced Solid State Lasers*. Washington, DC: OSA, 1997, S. 280 (OSA Trends in Optics and Photonics Series, Bd. 10).
- [67] HÖNNINGER, C.; ZHANG, G.; KELLER, U.; GIESEN, A.: *Femtosecond Yb:YAG laser using semiconductor saturable absorbers*. Optics Letters **20** (1995) Nr. 23, S. 2402.
- [68] KELLER, U.; WEINGARTEN, K.J.; KARTNER, F.X.; KOPF, D.; BRAUN, B.; JUNG, I.D.; FLUCK, R.; HONNINGER, C.; MATUSCHEK, N.; AUS DER AU, J.: *Semiconductor saturable absorber mirrors (SESAM's) for femtosecond to nanosecond pulse generation in solid-state lasers*. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics **2** (1996) Nr. 3, S. 435.
- [69] AUS DER AU, J.; SPÜHLER, G.J.; SÜDMEYER, T.; PASCHOTTA, R.; HÖVEL, R.; MOSER, M.; ERHARD, S.; KARSZEWSKI, M.; GIESEN, A.; KELLER, U.: *16.2-W average power from a diode-pumped femtosecond Yb:YAG thin disk laser*. Optics Letters **25** (2000) Nr. 11, S. 859.
- [70] DELOACH, L.D.; PAYNE, S.A.; CHASE, L.L.; SMITH, L.K.; KWAY, W.L.; KRUPKE, W.F.: *Evaluation of absorption and emission properties of Yb<sup>3+</sup> doped crystals for laser applications*. IEEE Journal of Quantum Electronics **29** (1993) Nr. 4, S. 1179.
- [71] SUMIDA, D.S.; FAN, T.Y.: *Effect of radiation trapping on fluorescence lifetime and emission cross section measurements in solid-state laser media*. Optics Letters **19** (1994) Nr. 17, S. 1343.
- [72] LACOVARA, P.; CHOI, H.K.; WANG, C.A.; AGGARWAL, R.L.; FAN, T.Y.: *Room-temperature diode-pumped Yb:YAG laser*. Optics Letters **16** (1991) Nr. 14, S. 1089.
- [73] SUMIDA, D.S.; FAN, T.Y.: *Emission Spectra and Fluorescence Lifetime Measurements of Yb:YAG as a Function of Temperature*. In: FAN, T.Y.; CHAI, B. (Hrsg.): *Proceedings of the Topical Meeting on Advanced Solid State Lasers*, February 7-10, 1994, Salt Lake City, Utah. Washington, D.C.: Optical Society of America, 1994, S. 100 (OSA Proceedings on Advanced Solid State Lasers, Bd. 20).
- [74] HEHLEN, M.P.: *Reabsorption artifacts in measured excited-state lifetimes of solids*. Journal of the Optical Society of America B (Optical Physics) **14** (1997) Nr. 6, S. 1312.
- [75] BOGOMOLOVA, G.A.; VYLEGZHANIN, D.N.; KAMINSKII, A.A.: *Spectral and lasing investigations of garnets with Yb<sup>3+</sup> ions*. Soviet Physics - JETP **42** (1975) Nr. 3, S. 440.
- [76] BRUNDAGE, R.T.; YEN, W.M.: *Energy transfer among Yb<sup>3+</sup> ions in a silicate glass*. Physical Review B (Condensed Matter) **34** (1986) Nr. 12, S. 8810.
- [77] DONG, J.; DENG, P.Z.; XU, J.: *Study of the effects of Cr ions on Yb in Cr,Yb:YAG crystal*. Optics Communications **170** (1999) Nr. 4-6, S. 255.
- [78] PETERMANN, K.: *persönliche Mitteilung*. Universität Hamburg, Institut für Laser-Physik

- [79] FAN, T.Y.: *Heat generation in Nd:YAG and Yb:YAG*. IEEE J. Quantum Electron. **29** (1993) Nr. 6, S. 1457.
- [80] BOWMAN, S.R.; MANGAN, C.E.: *New materials for optical cooling*. Applied Physics B-Lasers & Optics **71** (2000) Nr. 6, S. 807.
- [81] KOECHNER, W.: *Rupture stress and modulus of elasticity for Nd:YAG crystals*. Applied Physics **2** (1973) Nr. 5, S. 279.
- [82] KRUPKE, W.F.; SHINN, M.D.; MARION, J.E.; CAIRD, J.A.; STOKOWSKI, S.E.: *Spectroscopic, optical, and thermomechanical properties of neodymium- and chromium-doped gadolinium scandium gallium garnet*. Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics **3** (1986) Nr. 1, S. 102.
- [83] BLAZHKO, V.V.; BUBNOV, M.M.; DIANOV, E.M.; CHIKOLINI, A.V.: *Determination of the temperature dependence of the linear expansion coefficient and of the temperature coefficient of the refractive index of laser glasses*. Soviet Journal of Quantum Electronics **6** (1976) Nr. 5, S. 624.
- [84] KLEIN, P.H.; CROFT, W.J.: *Thermal Conductivity, Diffusivity, and Expansion of  $Y_2O_3$ ,  $Y_3Al_5O_{12}$ , and  $LaF_3$  in the Range  $77^\circ$ - $300^\circ$  K*. Journal of Applied Physics **38** (1967) Nr. 4, S. 1603.
- [85] LISAK, K.; HOHENAUER, W.: *Thermophysikalische Charakterisierung von YAG Kristallen; Ergebnisbericht zu Auftrag 86:87-98*. Seibersdorf: Austrian Research Centers (1998).
- [86] SLACK, G.A.; OLIVER, D.W.: *Thermal conductivity of garnets and phonon scattering by rare-earth ions*. Physical Review B (Solid State) **4** (1971) Nr. 2, S. 592.
- [87] WECHSLER, B.A.; SUMIDA, D.S.: *CRC Handbook of Laser Science and Technology*. Boca Raton, FL: CRC, 1995.
- [88] TAIRA, T.; KURIMURA, S.; SAIKAWA, J.; IKESUE, A.; YOSHIDA, K.: *Highly trivalent neodymium ion doped YAG ceramic for microchip lasers*. In: FEJER, M.M.; INJEYAN, H.; KELLER, U. (Hrsg.): *Advanced Solid State Lasers*, Boston, 1999. Washington, DC: Optical Society of America, 1999, S. 212 (OSA Trends in Optics and Photonics Series, Bd. 26).
- [89] FOSTER, J.D.; OSTERINK, L.M.: *Index of refraction and expansion thermal coefficients of Nd:YAG*. Applied Optics **7** (1968) Nr. 12, S. 2428.
- [90] GUPTA, T.K.; VALENTICH, J.: *Thermal expansion of yttrium aluminium garnet*. Journal of the American Ceramic Society **54** (1971) Nr. 7, S. 355.
- [91] YOUNG, D.D.; JUNGLING, K.C.; WILLIAMSON, T.L.; NICHOLS, E.R.: *Holographic interferometry measurement of the thermal refractive index coefficient and the thermal expansion coefficient of Nd:YAG and Nd:YALO*. IEEE Journal of Quantum Electronics **QE-8** (1972) Nr. 8, S. 720.
- [92] SHCHAVELEV, O.S.; BABKINA, V.A.; MALTSEVA, Z.S.: *Thermo-optic properties, expansion coefficient and refractive index of yttrium aluminium garnet*. Soviet Journal of Optical Technology **40** (1973) Nr. 10, S. 623.
- [93] SUMIDA, D.S.; ROCKWELL, D.A.; MANGIR, M.S.: *Energy storage and heating measurements in flashlamp-pumped Cr:Nd:GSGG and Nd:YAG*. IEEE Journal of Quantum Electronics **24** (1988) Nr. 6, S. 985.
- [94] WYNNE, R.; DANEU, J.L.; FAN, T.Y.: *Thermal coefficients of the expansion and refractive index in YAG*. Applied Optics **38** (1999) Nr. 15, S. 3282.

- [95] CROFT, W.J.: *Low-Temperature Thermal Expansion of Yttrium Aluminum Garnet*. The American Mineralogist **50** (1965) S. 1634.
- [96] OVANESYAN, K.L.; PETROSYAN, A.G.; SHIRINYAN, G.O.; AVETISYAN, A.A.: *Optical dispersion and thermal expansion of garnets  $\text{Lu}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ ,  $\text{Er}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ , and  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$* . Inorganic Materials **17** (1981) Nr. 3, S. 308.
- [97] TAYLOR, D.: *Thermal expansion data. XI. Complex oxides,  $\text{A}_2\text{BO}_5$ , and the garnets*. Transactions and Journal of the British Ceramic Society **86** (1987) Nr. 1, S. 1.
- [98] FAN, T.Y.; DANEU, J.L.: *Thermal coefficients of the optical path length and refractive index in YAG*. Applied Optics **37** (1998) Nr. 9, S. 1635.
- [99] BROWN, D.C.: *Nonlinear thermal and stress effects and scaling behavior of YAG slab amplifiers*. IEEE Journal of Quantum Electronics **34** (1998) Nr. 12, S. 2393.
- [100] DESHAZER, G.; RAND, S.C.; WECHSLER, B.A.: *CRC Handbook of Laser Science and Technology*. Boca Raton, FL: CRC, 1986.
- [101] RUPP, T.: *Frequenzverdoppelter Single-frequency Hochleistungs-Scheibenlaser*. Universität Stuttgart, Institut für Strahlwerkzeuge, Diplomarbeit, 1999.
- [102] Daten freundlicherweise ermittelt von Christoph Fleig
- [103] STEWEN, C.: *Scheibenlaser mit Kilowatt-Dauerstrichleistung*. München: Herbert Utz Verlag, 2000. Universität Stuttgart, Institut für Strahlwerkzeuge, Dissertation (Laser in der Materialbearbeitung, Forschungsberichte des IFSW).
- [104] CONTAG, K.; KARSZEWSKI, M.; STEWEN, C.; GIESEN, A.; HÜGEL, H.: *Theoretical modelling and experimental investigations of the diode-pumped thin-disk Yb:YAG laser*. Quantum Electronics **29** (1999) Nr. 8, S. 697.
- [105] Daten freundlicherweise zur Verfügung gestellt von Mikhail Larionov
- [106] Daten freundlicherweise zur Verfügung gestellt von Angelika Schneider
- [107] HÖNNINGER, C.; PASCHOTTA, R.; MORIER, G.F.; MOSER, M.; KELLER, U.: *Q-switching stability limits of continuous-wave passive mode locking*. Journal of the Optical Society of America B (Optical Physics) **16** (1999) Nr. 1, S. 46.
- [108] FAN, T.Y.: *Aperture guiding in quasi-three-level lasers*. Optics Letters **19** (1994) Nr. 8, S. 554.
- [109] KARSZEWSKI, M.; ERHARD, S.; RUPP, T.; GIESEN, A.: *Efficient High-Power TEM<sub>00</sub> Mode Operation of Diode-Pumped Yb:YAG Thin Disk Lasers*. In: INJEYAN, H.; KELLER, U.; MARSHALL, C. (Hrsg.): *Advanced Solid State Lasers 2000*. Washington, DC: Optical Society of America, 2000, S. 70 (OSA Trends in Optics and Photonics, Bd. 34).
- [110] CZICHOS, H. (Hrsg.): *Hütte : Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Berlin: Springer-Verlag, 1989, 29. Aufl.
- [111] MARION, J.: *Strengthened solid-state laser materials*. Applied Physics Letters **47** (1985) Nr. 7, S. 694.
- [112] MARION, J.E.: *Appropriate use of the strength parameter in solid-state slab laser design*. Journal of Applied Physics **62** (1987) Nr. 5, S. 1595.
- [113] GLAZE, J.A.; GUCH, S.; TRENHOLME, J.B.: *Parasitic suppression in large aperture Nd:Glass disk laser amplifiers*. Applied Optics **13** (1974) Nr. 12, S. 2808.
- [114] BROWN, D.C.; JACOBS, S.D.; NEE, N.: *Parasitic oscillations, absorption, stored energy density and heat density in active-mirror and disk amplifiers*. Applied

- Optics **17** (1978) Nr. 2, S. 211.
- [115] RUTHERFORD, T.S.; TULLOCH, W.M.; GUSTAFSON, E.K.; BYER, R.L.: *Demonstration and power scaling of edge-pumped zig-zag slab lasers*. In: INJEYAN, H.; KELLER, U.; MARSHALL, C. (Hrsg.): Proceedings of Topical Meeting on Advanced Solid-State Laser, 13-16 Feb. 2000. Washington, DC, USA: Opt. Soc. America, 2000, S. 16 (OSA Trends in Optics and Photonics, Bd. 34).
- [116] RUTHERFORD, T.S.; TULLOCH, W.M.; SINHA, S.; BYER, R.L.: *Yb:YAG and Nd:YAG edge-pumped slab lasers*. Optics Letters **26** (2001) Nr. 13, S. 986.
- [117] ZAPATA, L.E.; BEACH, R.J.; HONEA, E.C.; PAYNE, S.A.: *Edge-pumped thin disk laser for high average power*. In: unveröffentlicher Konferenzbeitrag Nummer 3930-19 auf der Konferenz LASE 2000 in San Jose.
- [118] FAN, T.Y.: *Optimizing the efficiency and stored energy in quasi-three-level lasers*. IEEE Journal of Quantum Electronics **28** (1992) Nr. 12, S. 2692.
- [119] DANE, B.C.; FLATH, L.; RÖTTER, M.; FOCHS, S.; BRASE, J.: *The design and operation of a 10kW solid-state heat-capacity laser*. In: Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO 2001). Washington, DC, USA: Optical Society of America, 2001, S. CPD 9-1 (OSA Trends in Optics and Photonics, Bd. 56).
- [120] LU, J.; MURAI, T.; TAKAICHI, K.; UEMATSU, T.; MISAWA, K.; PRABHU, M.; UEDA, K.; YAGI, H.; YANAGITANI, T., K.A.A.: *High power Nd:YAG ceramic laser*. In: Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO 2001). Washington, DC, USA: Optical Society of America, 2001, S. CFD5 (OSA Trends in Optics and Photonics, Bd. 56).
- [121] LARIONOV, M.; GAO, J.; ERHARD, S.; GIESEN, A.; CONTAG, K.; PETERS, V.; MIX, E.; FORNASIERO, L.; PETERMANN, K.; HUBER, G.; AUS DER AU, J.; SPÜHLER, G.J.; BRUNNER, F.; PASCHOTTA, R.; KELLER, U.; LAGATSKY, A.A.; ABDOLVAND, A.; KULESHOV, N.V.: *Thin Disk Laser Operation and Spectroscopic Characterization of Yb-doped Sesquioxides and Tungstates*. In: Advanced Solid State Lasers 2001, Seattle, USA. Washington, DC: Optical Society of America, 2001 (OSA Trends in Optics and Photonics).
- [122] ERHARD, S.; GAO, J.; GIESEN, A.; CONTAG, K.; LAGATSKY, A.A.; ABDOLVAND, A.; KULESHOV, N.V.; AUS DER AU, J.; SPÜHLER, G.J.; BRUNNER, F.; PASCHOTTA, R.; KELLER, U.: *High Power Yb:KGW and Yb:KYW Thin Disk Laser Operation*. In: Conference on Lasers and Electro Optics 2001, May 6-11, Baltimore, USA . Washington DC: Optical Society of America, 2001 (OSA Technical Digest).

# A Anhang

## A.1 Kleinsignalverstärkung und Sättigungsleistungsdichte im nulldimensionalen Modell

Die Werte der Kleinsignalverstärkung und der Sättigungsleistungsdichte unter Vernachlässigung der Änderung der Pumpstrahlungsabsorption bei unterschiedlichen Besetzungsdichten des oberen Multipletts wurden bereits in Kapitel 3.2 angegeben. Hier sollen genauere Ausdrücke hergeleitet werden, die die Änderung der Absorption näherungsweise berücksichtigen.

Die Absorption  $\eta_{abs}^{(0)}$  bei einem Startwert der Besetzungsdichte des oberen Multipletts  $N_2^{(0)}$  ist gemäß Gl. 3.6 gegeben durch

$$\eta_{abs}^{(0)} = \eta_{abs}(N_2^{(0)}) = 1 - \exp \left[ -M_p \sigma_{abs,p} \left( N_{dot} - f_{ae,p} N_2^{(0)} \right) d_{Kr} \right], \quad (\text{A.1})$$

wobei hier der besseren Lesbarkeit wegen die Abkürzung

$$f_{ae,p} = \frac{\sigma_{abs,p} + \sigma_{em,p}}{\sigma_{abs,p}} \quad (\text{A.2})$$

eingeführt wurde. Für kleine Änderungen der Besetzungsdichte  $N_2$  lässt sich die Absorption durch eine Taylor-Reihe nähern, die hier bis zum ersten Glied entwickelt wird:

$$\begin{aligned} \eta_{abs}(N_2) &\approx \eta_{abs}^{(0)} - M_p \sigma_{abs,p} d_{Kr} \exp \left[ -M_p \sigma_{abs,p} \left( N_{dot} - f_{ae,p} N_2^{(0)} \right) d_{Kr} \right] \cdot \\ &\quad \cdot f_{ae,p} \left( N_2 - N_2^{(0)} \right) \\ &= \eta_{abs}^{(0)} + \ln \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \frac{f_{ae,p} \left( N_2 - N_2^{(0)} \right)}{N_{dot} - f_{ae,p} N_2^{(0)}}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Aus der Gleichung 3.8 für die zeitliche Änderung der Besetzungsdichte ergibt sich damit im stationären Fall für die Besetzungsdichte des oberen Multipletts

$$N_2 = \frac{\frac{E_p}{h\nu_p d_{Kr}} \left[ \eta_{abs}^{(0)} - \ln \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \frac{f_{ae,p} N_2^{(0)}}{N_{dot} - f_{ae,p} N_2^{(0)}} \right] + M_r \frac{E_r}{h\nu_l} N_{dot} \sigma_{abs,l}}{-\frac{E_p}{h\nu_p d_{Kr}} \ln \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \frac{f_{ae,p}}{N_{dot} - f_{ae,p} N_2^{(0)}} + \frac{1}{\tau_f} + M_r \frac{E_r}{h\nu_l} (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l})}. \quad (\text{A.4})$$

Setzt man dies in die Gleichung 3.20 für den Verstärkungskoeffizienten ein und überführt diese in die Form der Gl. 3.21

$$g = \frac{g_0}{1 + \frac{M_r E_r}{E_s}}, \quad (\text{A.5})$$

so erhält man für den Koeffizienten der Kleinsignalverstärkung

$$g_0 = \frac{\frac{E_p \tau_f}{h \nu_p d_{K_r}} \left[ \eta_{abs}^{(0)} - \ln \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \frac{f_{ae,p} N_2^{(0)}}{N_{dot} - f_{ae,p} N_2^{(0)}} \right]}{1 - \frac{E_p \tau_f}{h \nu_p d_{K_r}} \ln \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \frac{f_{ae,p}}{N_{dot} - f_{ae,p} N_2^{(0)}}} (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l}) - N_{dot} \sigma_{abs,l} \quad (\text{A.6})$$

und für die Sättigungsleistungsdichte

$$E_s = \frac{h \nu_l}{\tau_f (\sigma_{em,l} + \sigma_{abs,l})} \left( 1 - \frac{E_p \tau_f}{h \nu_p d_{K_r}} \ln \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \left( 1 - \eta_{abs}^{(0)} \right) \frac{f_{ae,p}}{N_{dot} - f_{ae,p} N_2^{(0)}} \right). \quad (\text{A.7})$$

## A.2 Behandlung der Pumpoptik-Komponenten mit Raytracing-Verfahren

Die Behandlung der wesentlichen Komponenten während der Verfolgung der Pump-Photonen durch die Pumpoptik wird im Folgenden näher beschrieben. Für alle weiteren Komponenten erfolgt die Strahlverfolgung analog.

### A.2.1 Planspiegel

Ein Planspiegel wird definiert durch die Position des Mittelpunkts des Spiegels  $\vec{r}_{Sp}$  und die Normalenrichtung  $\vec{n}_{Sp}$  der Spiegelfläche. Wie bei allen anderen Komponenten wird zunächst der Auftreffpunkt des Pumpphotons auf dem Spiegel bestimmt. Dieser ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Halbgeraden, auf der sich das Photon ausbreitet, mit der Ebene, in der die Spiegeloberfläche liegt. Für den Schnittpunkt  $\vec{P} = \vec{r}_{Ph} + t \vec{s}_{Ph}$  gilt

$$(\vec{r}_{Ph} + t \vec{s}_{Ph} - \vec{r}_{Sp}) \cdot \vec{n}_{Sp} = 0. \quad (\text{A.8})$$

Die Strecke  $t$ , die das Photon bis zum Auftreffpunkt zurücklegen muss, erhält man durch Umformen von Gleichung A.8 zu

$$t = \frac{(\vec{r}_{Sp} - \vec{r}_{Ph}) \cdot \vec{n}_{Sp}}{\vec{s}_{Ph} \cdot \vec{n}_{Sp}}. \quad (\text{A.9})$$

Bei der Reflexion gilt, dass die Komponente des Ausbreitungsvektors  $\vec{s}_{Ph}$ , die in Normalenrichtung der Spiegelebene liegt, das Vorzeichen wechselt, die Komponenten in der Spiegelebene hingegen unverändert bleiben. Für die neue Ausbreitungsrichtung  $\vec{s}_{Ph,2}$  gilt also

$$\vec{s}_{Ph,2} = \vec{s}_{Ph} - 2(\vec{s}_{Ph} \cdot \vec{n}_{Sp}) \vec{n}_{Sp}. \quad (\text{A.10})$$

### A.2.2 Sphärischer Spiegel

Ein sphärischer Spiegel wird definiert durch die Position des Mittelpunkts des Spiegels  $\vec{r}_{Sp}$ , die Normalenrichtung  $\vec{n}_{Sp}$  der Spiegelfläche an diesem Punkt und den Krümmungsradius  $R_{Sp}$ . Wie beim Planspiegel wird zunächst der Auftreffpunkt des Pumpphotons auf dem Spiegel bestimmt. Dieser ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Halbgeraden, auf der sich das Photon ausbreitet, mit der Sphäre, auf der die Oberfläche des Spiegels liegt. Die Sphäre ist definiert durch ihren Mittelpunkt  $\vec{M}_{Sp}$  und ihren Radius, der dem Betrag des Krümmungsradius  $R_{Sp}$  entspricht. Der Mittelpunkt der Sphäre ergibt sich aus Position  $\vec{r}_{Sp}$  und Normalenrichtung  $\vec{n}_{Sp}$  zu:

$$\vec{M}_{Sp} = \vec{r}_{Sp} + R_{Sp} \vec{n}_{Sp}. \quad (\text{A.11})$$

Es wird hier die Konvention verwendet, dass der Krümmungsradius für konkave, also fokussierende Spiegel ein positives und für konvexe, defokussierende Spiegel ein negatives Vorzeichen hat. Für den Auftreffpunkt  $\vec{P} = \vec{r}_{Ph} + t\vec{s}_{Ph}$  des Photons auf dem Spiegel muss der Abstand der Photonenposition vom Mittelpunkt der Sphäre  $\vec{M}_{Sp}$  gerade dem Krümmungsradius  $R_{Sp}$  des Spiegels entsprechen:

$$|\vec{r}_{Ph} + t\vec{s}_{Ph} - \vec{M}_{Sp}| = |R_{Sp}|. \quad (\text{A.12})$$

Dies führt auf eine quadratische Gleichung mit den zwei Lösungen

$$t_{1,2} = -\vec{s}_{Ph} \cdot (\vec{r}_{Ph} - \vec{M}_{Sp}) \pm \left( \vec{s}_{Ph} \cdot (\vec{r}_{Ph} - \vec{M}_{Sp})^2 - (\vec{r}_{Ph} - \vec{M}_{Sp}) \cdot (\vec{r}_{Ph} - \vec{M}_{Sp}) + R_{Sp}^2 \right). \quad (\text{A.13})$$

Für konkave Spiegel ist die physikalisch sinnvolle Lösung durch  $t_1$  gegeben, für konvexe Spiegel durch  $t_2$ .

Zur Berechnung der Ausbreitungsrichtung des Photons nach der Reflexion wird der Normalenvektor  $\vec{n}$  auf der Spiegeloberfläche am Auftreffpunkt bestimmt:

$$\vec{n} = \frac{\vec{M}_{Sp} - \vec{P}}{|\vec{M}_{Sp} - \vec{P}|} \quad (\text{A.14})$$

Anschließend wird die neue Ausbreitungsrichtung analog zur Gleichung A.10 für den Planspiegel berechnet.

### A.2.3 Parabolspiegel

Für einen Parabolspiegel mit einer Brennweite  $f$ , einer Position des Scheitelpunkts  $\vec{r}_{Sp}$  und einer Normalenrichtung  $\vec{n}_{Sp}$ , die vom Scheitelpunkt in Richtung des Brennpunktes zeigt, muss für den Auftreffpunkt  $\vec{P}$  des Photons auf der Spiegeloberfläche die Gleichung

$$(\vec{P} - \vec{r}_{Sp}) \cdot \vec{n}_{Sp} = \frac{1}{4f} \left| (\vec{P} - \vec{r}_{Sp}) - \left( (\vec{P} - \vec{r}_{Sp}) \cdot \vec{n}_{Sp} \right) \vec{n}_{Sp} \right|^2 \quad (\text{A.15})$$

erfüllt sein. Dies führt zu einer quadratischen Gleichung für die Strecke  $t$  zum Auftreffpunkt. Bewegt sich das Photon nicht parallel zur Normalenrichtung des Parabolspiegels, so hat die Gleichung zwei Lösungen, wobei die größere der beiden bei einem konkaven Spiegel die physikalisch sinnvolle ist. Für die Berechnung der Reflexion wird die lokale Normale  $\vec{n}$  auf der Oberfläche am Auftreffpunkt  $\vec{P}$  verwendet:

$$\vec{n} = \frac{\frac{1}{2f} \left( (\vec{P} - \vec{r}_{Sp}) - \left( (\vec{P} - \vec{r}_{Sp}) \cdot \vec{n}_{Sp} \right) \vec{n}_{Sp} \right) + \vec{n}_{Sp}}{\left| \frac{1}{2f} \left( (\vec{P} - \vec{r}_{Sp}) - \left( (\vec{P} - \vec{r}_{Sp}) \cdot \vec{n}_{Sp} \right) \vec{n}_{Sp} \right) + \vec{n}_{Sp} \right|}. \quad (\text{A.16})$$

### A.2.4 Brechung an ebener Grenzfläche

Die Änderung der Bewegungsrichtung des Photons an einer Grenzfläche zwischen zwei Medien mit den Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  wird durch das Snellius'sche Brechungsgesetz bestimmt, sofern nicht Totalreflexion auftritt. Seien  $\vec{n}$  der Normalenvektor der Grenzfläche,  $\vec{s}_1$  und  $\vec{s}_2$  die Vektoren der Ausbreitungsrichtung vor und nach Auftreffen auf der Grenzfläche, so gilt:

$$\vec{s}_2 = \begin{cases} \left[ \sqrt{1 - \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left( 1 - (\vec{s}_1 \cdot \vec{n})^2 \right)} - \frac{n_1}{n_2} \vec{s}_1 \cdot \vec{n} \right] \cdot \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{n}}{|\vec{s}_1 \cdot \vec{n}|} \vec{n} + \frac{n_1}{n_2} \vec{s}_1 & : \\ \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left( 1 - (\vec{s}_1 \cdot \vec{n})^2 \right) < 1 \\ \vec{s}_1 - 2 (\vec{s}_1 \cdot \vec{n}) \vec{n} & : \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left( 1 - (\vec{s}_1 \cdot \vec{n})^2 \right) \geq 1 \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

Im zweiten Fall liegt Totalreflexion vor und die Änderung der Ausbreitungsrichtung entspricht der Reflexion an einer ebenen Fläche. Verluste durch Fresnel-Reflexion an der Oberfläche werden hier nicht berücksichtigt, da die meisten Komponenten dielektrisch entspiegelt sind.

### A.2.5 Verlust an Komponenten

Es werden hauptsächlich zwei Arten von Verlusten an optischen Komponenten in der Raytracing-Rechnung berücksichtigt. Dazu gehören zum einen Verluste durch eine

begrenzte Apertur. Bei Komponenten mit kreisförmiger Apertur mit Durchmesser  $D_K$  und Mittelpunkt  $\vec{r}_K$  wird überprüft, ob der Auftreffpunkt des Photons  $\vec{P}$  innerhalb der Apertur liegt, also

$$|\vec{P} - \vec{r}_K| \leq \frac{D_K}{2} \quad (\text{A.18})$$

erfüllt ist. Ist dies nicht der Fall, so wird das Photon als verloren gezählt und die Verfolgung durch das optische System beendet.

Zum anderen gehören Absorption oder Streuung an Komponenten zu den Verlusten, die berücksichtigt werden können. In diesem Fall wird für die jeweilige Komponente eine Zufallszahl  $p \in [0, 1]$  ermittelt, die mit dem Absorptionsgrad  $\alpha_K$  oder dem Streugrad  $\sigma_K$  verglichen wird. Für  $p < \alpha_K$  bzw.  $p < \sigma_K$  wird das Photon als verloren gezählt und die Verfolgung des Photons beendet.

### A.3 Abschätzung zum Fehler bei der Berechnung der maximalen Ausgangsleistung

Im numerischen Modell wird für den transversalen Multimodebetrieb die resonatorinterne Leistung für jedes radiale Segment separat berechnet. Im realen Laser ist jedoch auch eine Kopplung zwischen den einzelnen Segmenten, d.h. ein Transfer von Leistung zwischen ihnen möglich. Hier soll der Fehler abgeschätzt werden, der sich aus der Vernachlässigung der Kopplung ergibt. Man betrachte dazu im analytischen Modell zwei Bereiche des laseraktiven Mediums mit den Querschnittsflächen  $A_1$  bzw.  $A_2$ . Die normierte Kleinsignalverstärkung  $\hat{g}_0$  im Bereich 1 sei gegeben durch

$$\hat{g}_0 = \frac{g_0 M_r d_{Kr}}{-\ln(1 - L_{int}) - \ln(1 - T_{oc})}. \quad (\text{A.19})$$

Die normierte Kleinsignalverstärkung gibt also den Faktor an, um den die Kleinsignalverstärkung oberhalb der Resonatorschwelle liegt. Die normierte Kleinsignalverstärkung im Bereich 2 sei um einen Faktor  $\beta$  geringer. Im einfachen analytischen Modell gilt nun für den Fall einer Kopplung zwischen beiden Bereichen die Resonatorbedingung

$$E_{r,1} A_1 \frac{\hat{g}_0}{1 + M_r \frac{E_{r,1}}{E_s}} + E_{r,2} A_2 \frac{\beta \hat{g}_0}{1 + M_r \frac{E_{r,2}}{E_s}} = E_{r,1} A_1 + E_{r,2} A_2, \quad (\text{A.20})$$

wobei  $E_{r,1}$  bzw.  $E_{r,2}$  die resonatorinterne Leistungsdichte in den beiden Bereichen bezeichnet. Gleichzeitig gilt die Bedingung, dass die gesamte resonatorinterne Leistung  $P_r = E_{r,1} A_1 + E_{r,2} A_2$  einen Maximalwert annimmt. Für den Fall fehlender Kopplung müssen die beiden Gleichungen

$$E_{r,1} A_1 \frac{\hat{g}_0}{1 + M_r \frac{E_{r,1}}{E_s}} = E_{r,1} A_1, \quad E_{r,2} A_2 \frac{\beta \hat{g}_0}{1 + M_r \frac{E_{r,2}}{E_s}} = E_{r,2} A_2 \quad (\text{A.21})$$

unabhängig voneinander erfüllt sein. Berechnet man die resonatorinterne Leistung in beiden Fällen, so lässt sich der Fehler abschätzen, der mit der Vernachlässigung der Kopplung verbunden ist. In Abb. A.1 ist für den Faktor  $\beta = 0,2$  exemplarisch die relative Differenz zwischen der resonatorinternen Leistung  $P_r^{(k)}$  mit und  $P_r^{(0)}$  ohne Berücksichtigung der Kopplung für verschiedene Flächenverhältnisse  $A_1/A_2$  dargestellt. Wie man sieht, ist die Differenz bei kleinen Verstärkungen, also nahe der Schwelle, am größten und nimmt mit steigender Pumpleistung ab. Für den Scheibenlaserbetrieb sind bei voller Pumpleistung Werte von  $\hat{g}_0 = 20$  typisch, für die die Differenz generell unterhalb von 1 % liegt. Die Differenz hängt ebenfalls vom Verhältnis  $A_1/A_2$  der beiden Flächen ab. Für „weiche“ Pumpprofile ist sie größer als für „Top-Hat“-Profile mit großem Verhältnis  $A_1/A_2$ , wie sie vorzugsweise zum Pumpen des Scheibenlasers verwendet werden. Insgesamt kann man davon ausgehen, dass der durch die Vernachlässigung der Kopplung bedingte Fehler unterhalb von 1 % liegt.

## A.4 Berechnung der Koeffizienten für die temperaturabhängige Absorption

Die Koeffizienten zur Berechnung der optischen Dichte sind nach Gleichung 4.15 gegeben durch

$$c_i(n_r, n_z) = \int_0^{n_z \cdot h_z} e^{-c_T \sum_{j=0}^2 T_j(n_r) z^j} \cdot \left( \sum_{k=0}^2 T_k(n_r) z^k \right)^i \cdot \sum_{l=0}^2 f_{B,l}(n_r) z^l dz. \quad (\text{A.22})$$

Die exakte Berechnung dieses Integrals ist durch den Exponentialterm recht komplex und damit rechenintensiv. Da sich allerdings die Temperatur zwischen zwei benachbarten finiten Elementen typischerweise um maximal 10 K und damit 3 % ändert,

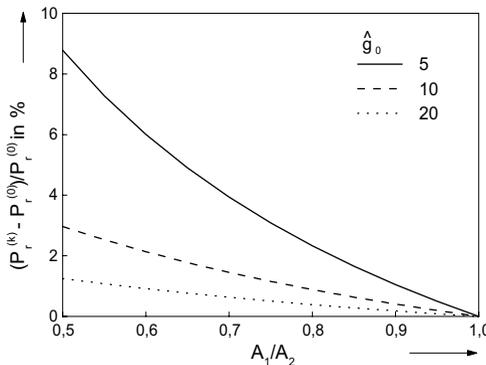


Abbildung A.1: Relative Differenz in der Ausgangsleistung mit und ohne Berücksichtigung der resonatorinternen Kopplung für  $\beta = 0,2$

kann der Exponentialterm in guter Näherung als konstant innerhalb eines Elements angenommen werden und die Koeffizienten können durch abschnittsweise Integration berechnet werden:

$$c_i(n_r, n_z) = e^{-c_T \sum_{j=0}^2 T_j(n_r) ((n_z - 0,5) \cdot h_z)^j} \cdot \int_{(n_z - 1) \cdot h_z}^{n_z \cdot h_z} \left( \sum_{k=0}^2 T_k(n_r) z^k \right)^i \cdot \sum_{l=0}^2 f_{B,l}(n_r) z^l dz + c_i(n_r, n_z - 1). \quad (\text{A.23})$$

Die Lösung des Integrals ist dann ein Polynom von  $n_z$  der Ordnung  $2i + 3$ , dessen Koeffizienten wiederum nur von  $n_r$  und  $i$  abhängen und somit für jede radiale Position nur einmal berechnet werden müssen.



# Danksagung

An erster Stelle möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. Helmut Hügel für die Betreuung dieser Arbeit, in die einige wertvolle Anregungen eingeflossen sind, und für die Übernahme des Hauptberichts herzlich bedanken.

Bei Herrn Prof. Tilman Pfau bedanke ich mich sehr für die Übernahme des Mitberichts, für sein eingehendes Interesse an dem Thema und das Aufzeigen einiger neuer interessanter Aspekte.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Dr. Adolf Giesen, der diese Arbeit vor allem in wissenschaftlicher Hinsicht betreut hat und auf dessen Anregungen und Diskussionen mit ihm einige wichtige Punkte dieser Arbeit zurückgehen. Ohne sein beständiges Engagement beim Einwerben entsprechender Projekte und in der Zusammenarbeit mit Industriepartnern wäre diese Arbeit so nicht möglich gewesen. Ich bin dankbar für die interessante Tätigkeit, die ich in seiner Abteilung ausüben durfte.

Ich bedanke mich bei allen Mitgliedern des IFSW, insbesondere denen der Scheibenlaser-Arbeitsgruppe, für die äußerst kooperative und angenehme Zusammenarbeit. Herrn Dr. Andreas Voß danke ich für die umfassende theoretische Vorarbeit, die Grundlage für das Entstehen dieser Arbeit war, sowie für viele eingehende und erleuchtende Diskussionen, nicht nur unter laserspezifischen Aspekten. Den Herren Dr. Christian Stewen, Dr. Martin Karszewski, Ingo Johannsen, Mikhail Larionov, Dr. Christian Schmitz, Daniel Müller, Jiancun Gao sowie Frau Angelika Beyertt bin ich für die ausgezeichnete experimentelle Arbeit sehr zu Dank verpflichtet, deren Ergebnisse entscheidend zur Entwicklung der in dieser Arbeit verwendeten Modelle beigetragen haben und ohne die meine Tätigkeit nicht halb so befriedigend gewesen wäre. Besonders bedanken möchte ich mich bei Herrn Dr. Steffen Erhard für die kooperative Zusammenarbeit auf theoretischem Gebiet, für so einige Tips und Einsichten, sowie für die gründliche Durchsicht des Manuskripts. Herrn Dr. Fathollah Varnik danke ich für interessante Diskussionen zur Resonatorenberechnung. Bei meinen Studienarbeitern Matthias Riegler, Axel Flechtenmacher und Damian König möchte ich mich ebenfalls für ihre wertvollen Beiträge bedanken.

Für Experimente im Rahmen meiner Arbeit waren mechanische Aufbauten notwendig, für deren Konstruktion und Realisierung ich den Herren Roland Greschner, Holger Seifried und allen anderen Mitarbeitern der Werkstatt sehr danke.

Nicht zuletzt gebührt meinen Eltern an dieser Stelle mein herzlicher Dank für ihre langjährige Unterstützung, ohne die ich es auf dem Weg bis zur Vollendung dieser Arbeit in vielerlei Hinsicht schwerer gehabt hätte.



# Laser in der Materialbearbeitung

## Forschungsberichte des IFSW (Institut für Strahlwerkzeuge)

Herausgegeben von

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Hügel, Universität Stuttgart

Forschungsberichte des IFSW von 1992 bis 1999 erschienen im Teubner Verlag, Stuttgart

### Zoske, Uwe

Modell zur rechnerischen Simulation von Laserresonatoren und Strahlführungssystemen  
1992, 186 Seiten, ISBN 3-519-06205-4

### Gorritz, Michael

Adaptive Optik und Sensorik im Strahlführungssystem von Laserbearbeitungsanlagen  
1992, vergriffen, ISBN 3-519-06206-2

### Mohr, Ursula

Geschwindigkeitsbestimmende Strahleigenschaften und Einkoppelmechanismen beim CO<sub>2</sub>-Laserschneiden von Metallen  
1993, 130 Seiten, ISBN 3-519-06207-0

### Rudlaff, Thomas

Arbeiten zur Optimierung des Umwandlungshärtens mit Laserstrahlen  
1993, 152 Seiten, ISBN 3-519-06208-9

### Borik, Stefan

Einfluß optischer Komponenten auf die Strahlqualität von Hochleistungslasern  
1993, 200 Seiten, ISBN 3-519-06209-7

### Paul, Rüdiger

Optimierung von HF-Gasentladungen für schnell längsgeströmte CO<sub>2</sub>-Laser  
1994, 149 Seiten, ISBN 3-519-06210-0

### Wahl, Roland

Robotergeführtes Laserstrahlschweißen mit Steuerung der Polarisationsrichtung  
1994, 150 Seiten, ISBN 3-519-06211-9

### Frederking, Klaus-Dieter

Laserlöten kleiner Kupferbauteile mit geregelter Lotdrahtzufuhr  
1994, 139 Seiten, ISBN 3-519-06212-7

### Grünewald, Karin M.

Modellierung der Energietransferprozesse in längsgeströmten CO<sub>2</sub>-Lasern  
1994, 158 Seiten, ISBN 3-519-06213-5

### Shen, Jialin

Optimierung von Verfahren der Laseroberflächenbehandlung mit gleichzeitiger Pulverzufuhr  
1994, 160 Seiten, ISBN 3-519-06214-3

### Arnold, Johannes M.

Abtragen metallischer und keramischer Werkstoffe mit Excimerlasern  
1994, 192 Seiten, ISBN 3-519-06215-1

### Holzwarth, Achim

Ausbreitung und Dämpfung von Stoßwellen in Excimerlasern  
1994, 153 Seiten, ISBN 3-519-06216-X

### Dausinger, Friedrich

Strahlwerkzeug Laser: Energieeinkopplung und Prozeßeffektivität  
1995, 143 Seiten, ISBN 3-519-06217-8

### Meiners, Eckhard

Abtragende Bearbeitung von Keramiken und Metallen mit gepulstem Nd:YAG-Laser als zweistufiger Prozeß  
1995, 120 Seiten, ISBN 3-519-06222-4

### Beck, Markus

Modellierung des Lasertiefschweißens  
1996, 160 Seiten, ISBN 3-519-06218-6

### Breining, Klaus

Auslegung und Vermessung von Gasentladungsstrecken für CO<sub>2</sub>-Hochleistungslaser  
1996, 131 Seiten, ISBN 3-519-06219-4

### Griebisch, Jürgen

Grundlagenuntersuchungen zur Qualitätssicherung beim gepulsten Lasertiefschweißen  
1996, 133 Seiten, ISBN 3-519-06220-8

### Krepulat, Walter

Aerodynamische Fenster für industrielle Hochleistungslaser  
1996, 144 Seiten, ISBN 3-519-06221-6

### Xiao, Min

Vergleichende Untersuchungen zum Schneiden dünner Bleche mit CO<sub>2</sub>- und Nd:YAG-Lasern  
1996, 118 Seiten, ISBN 3-519-06223-2

### Glumann, Christiane

Verbesserte Prozeßsicherheit und Qualität durch Strahlkombination beim Laserschweißen  
1996, 143 Seiten, ISBN 3-519-06224-0

### Gross, Herbert

Propagation höhermodiger Laserstrahlung und deren Wechselwirkung mit optischen Systemen  
1996, 191 Seiten, ISBN 3-519-06225-9

### Rapp, Jürgen

Laserschweißneigung von Aluminiumwerkstoffen für Anwendungen im Leichtbau  
1996, 202 Seiten, ISBN 3-519-06226-7

**Wittig, Klaus**

Theoretische Methoden und experimentelle Verfahren zur Charakterisierung von Hochleistungslaserstrahlung  
1996, 198 Seiten, ISBN 3-519-06227-5

**Grünenwald, Bernd**

Verfahrensoptimierung und Schichtcharakterisierung beim einstufigen Cermet-Beschichten mittels CO<sub>2</sub>-Hochleistungslaser  
1996, 160 Seiten, ISBN 3-519-06229-1

**Lee, Jae-Hoon**

Laserverfahren zur strukturierten Metallisierung  
1996, 154 Seiten, ISBN 3-519-06232-1

**Albinus, Uwe N. W.**

Metallisches Beschichten mittels PLD-Verfahren  
1996, 144 Seiten, ISBN 3-519-06233-X

**Wiedmaier, Matthias**

Konstruktive und verfahrenstechnische Entwicklungen zur Komplettbearbeitung in Drehzentren mit integrierten Laserverfahren  
1997, 129 Seiten, ISBN 3-519-06228-3

**Bloehs, Wolfgang**

Laserstrahlhärten mit angepaßten Strahlformungssystemen  
1997, 143 Seiten, ISBN 3-519-06230-5

**Bea, Martin**

Adaptive Optik für die Materialbearbeitung mit CO<sub>2</sub>-Laserstrahlung  
1997, 143 Seiten, ISBN 3-519-06231-3

**Stöhr, Michael**

Beeinflussung der Lichtemission bei mikrokanalgekühlten Laserdioden  
1997, 147 Seiten, ISBN 3-519-06234-8

**Plaß, Wilfried**

Zerstörsschwellen und Degradation von CO<sub>2</sub>-Laseroptiken  
1998, 158 Seiten, ISBN 3-519-06235-6

**Schaller, Markus K. R.**

Lasergestützte Abscheidung dünner Edelmetallschichten zum Heißgaskorrosionsschutz für Molybdän  
1998, 163 Seiten, ISBN 3-519-06236-4

**Hack, Rüdiger**

System- und verfahrenstechnischer Vergleich von Nd:YAG- und CO<sub>2</sub>-Lasern im Leistungsbereich bis 5 kW  
1998, 165 Seiten, ISBN 3-519-06237-2

**Krupka, René**

Photothermische Charakterisierung optischer Komponenten für Hochleistungslaser  
1998, 139 Seiten, ISBN 3-519-06238-0

**Pfeiffer, Wolfgang**

Fluidynamische und elektrophysikalisch optimierte Entladungsstrecken für CO<sub>2</sub>-Hochleistungslaser  
1998, 152 Seiten, ISBN 3-519-06239-9

**Volz, Robert**

Optimiertes Beschichten von Gußeisen-, Aluminium- und Kupfergrundwerkstoffen mit Lasern  
1998, 133 Seiten, ISBN 3-519-06240-2

**Bartelt-Berger, Lars**

Lasersystem aus kohärent gekoppelten Grundmode-Diodenlasern  
1999, 135 Seiten, ISBN 3-519-06241-0

**Müller-Hummel, Peter**

Entwicklung einer Inprozeßtemperaturmeßvorrichtung zur Optimierung der laserunterstützten Zerspaltung  
1999, 139 Seiten, ISBN 3-519-06242-9

**Rohde, Hansjörg**

Qualitätsbestimmende Prozeßparameter beim Einzelpulsbohren mit einem Nd:YAG-Slablaser  
1999, 171 Seiten, ISBN 3-519-06243-7

**Huonker, Martin**

Strahlführung in CO<sub>2</sub>-Hochleistungslasersystemen zur Materialbearbeitung  
1999, 121 Seiten, ISBN 3-519-06244-5

**Callies, Gert**

Modellierung von qualitäts- und effektivitätsbestimmenden Mechanismen beim Laserabtragen  
1999, 119 Seiten, ISBN 3-519-06245-3

**Schubert, Michael E.**

Leistungsskalierbares Lasersystem aus fasergekoppelten Singlemode-Diodenlasern  
1999, 105 Seiten, ISBN 3-519-06246-1

**Kern, Markus**

Gas- und magnetofluidynamische Maßnahmen zur Beeinflussung der Nahtqualität beim Laserstrahlschweißen  
1999, 132 Seiten, ISBN 3-519-06247-X

**Raiber, Armin**

Grundlagen und Prozeßtechnik für das Lasermikrobohren technischer Keramiken  
1999, 135 Seiten, ISBN 3-519-06248-8

# Laser in der Materialbearbeitung

Forschungsberichte des IFSW (Institut für Strahlwerkzeuge)

Herausgegeben von

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Hügel, Universität Stuttgart

Forschungsberichte des IFSW ab 2000 erschienen im Herbert Utz Verlag, München

## **Schittenhelm, Henrik**

Diagnostik des laserinduzierten Plasmas  
beim Abtragen und Schweißen  
2000, 141 Seiten, ISBN 3-89675-712-1

## **Stewen, Christian**

Scheibenlaser mit Kilowatt-Dauerstrichleistung  
2000, 145 Seiten, ISBN 3-89675-763-6

## **Schmitz, Christian**

Gaselektronische Analysemethoden zur  
Optimierung von Lasergasentladungen  
2000, 107 Seiten, ISBN 3-89675-773-3

## **Karszewski, Martin**

Scheibenlaser höchster Strahlqualität  
2000, 132 Seiten, ISBN 3-89675-785-7

## **Chang, Chin-Lung**

Berechnung der Schmelzbadgeometrie beim  
Laserstrahlschweißen mit Mehrfokustechnik  
2000, 141 Seiten, ISBN 3-89675-825-X

## **Haag, Matthias**

Systemtechnische Optimierungen der  
Strahlqualität von Hochleistungsdiodenlasern  
2000, 166 Seiten, ISBN 3-89675-840-3

## **Bahn Müller, Jochen**

Charakterisierung gepulster Laserstrahlung zur  
Qualitätssteigerung beim Laserbohren  
2000, 138 Seiten, ISBN 3-89675-851-9

## **Schellhorn, Martin Carl Johannes**

CO-Hochleistungslaser: Charakteristika und  
Einsatzmöglichkeiten beim Schweißen  
2000, 142 Seiten, ISBN 3-89675-849-7

## **Angstenberger, Birgit**

Fliehkraftunterstütztes Laserbeschichten  
2000, 153 Seiten, ISBN 3-89675-861-6

## **Bachhofer, Andreas**

Schneiden und Schweißen von Aluminium-  
werkstoffen mit Festkörperlasern für den  
Karosseriebau  
2001, 194 Seiten, ISBN 3-89675-881-0

## **Breitschwerdt, Sven**

Qualitätssicherung beim Laserstrahlschweißen  
2001, 150 Seiten, ISBN 3-8316-0032-5

## **Mochmann, Gunter**

Laserkristallisation von Siliziumschichten auf  
Glas- und Kunststoffsubstraten für die Her-  
stellung verbesserter Dünnschichttransistoren  
2001, 170 Seiten, ISBN 3-89675-811-X

## **Herrmann, Andreas**

Fertigungsorientierte Verfahrensentwicklung  
des Weichlötens mit Diodenlasern  
2002, 133 Seiten, ISBN 3-8316-0086-4

## **Mästle, Rüdiger**

Bestimmung der Propagationseigenschaften  
von Laserstrahlung  
2002, 147 Seiten, ISBN 3-8316-0113-5

## **Voß, Andreas**

Der Scheibenlaser: Theoretische Grundlagen des  
Dauerstrichbetriebs und erste experimentelle  
Ergebnisse anhand von Yb:YAG  
2002, 195 Seiten, ISBN 3-8316-0121-6

## **Müller, Matthias G.**

Prozessüberwachung beim Laserstrahlschwei-  
ßen durch Auswertung der reflektierten Leistung  
2002, 122 Seiten, ISBN 3-8316-0144-5

## **Abeln, Tobias**

Grundlagen und Verfahrenstechnik des reaktiven  
Laserpräzisionsabtragens von Stahl  
2002, 138 Seiten, ISBN 3-8316-0137-2